AL-BASIT REVISTA DE ESTUDIOS ALBACETENSES | Número 53 | Páginas 213-236 | Origen Albacete | Año 2009

ODISEO

por
José Vicente GONZÁLEZ TORRES

Catedrático de Matemáticas en el IES “José Conde García” de Almansa.

RESUMEN

1. Proteo, el ser cambiante de forma, como el agua y, también, como la mente de G. La topología trata de las propiedades de los objetos que permanecen inmutables a pesar de estiramientos o encorvamientos, que no varían por cambios en tamaño o forma. A través del monólogo interior, el personaje camina por objetos y conceptos asociados a esta rama de las matemáticas.

2. El Cíclope, gigante de un solo ojo, no puede ver más que un lado de las cosas, desde una sola perspectiva. En su cueva –la estrechez de miras aquí– quiso aniquilar a Ulises. Se establece un diálogo entre dos criterios opuestos de enfocar la enseñanza de las matemáticas: especializado uno, integrador con otras áreas del conocimiento, el otro, y dos actitudes ante la profesión de enseñante. A lo largo del diálogo aparecen conceptos matemáticos como: número irracional, número complejo, ecuación diferencial, así como alusiones a la historia del álgebra.

3. Las sirenas –las camareras– remiten a la música y al mar. Ambas referencias sirven para exponer, en narración objetiva, conceptos matemáticos relacionados con las ondas y con el crecimiento geométrico. Aparece, así, la función exponencial y el número e, presente en muchas partes de la matemática.

4. Ión y Cronos; ser y devenir. En narración subjetiva, el protagonista reflexiona sobre el cambio, el movimiento y la matemática, ciencia de las estructuras, que constituye una forma de mirar el mundo, tanto el exterior como el mundo interior de nuestras mentes, en particular el cálculo infinitesimal, que plantea la exigencia de encontrar una manera de “negociar” con el infinito. Gracias a Newton y a Leibniz, el cálculo infinitesimal se ha convertido en el lenguaje colectivo de la ciencia, una ciencia que intenta comprender lo real al tiempo que pretende actuar eficazmente sobre ello.

Palabras clave: Euler; ciencia y conocimiento; forma y función; crecimiento y desarrollo; cambio y movimiento; optimización y versatilidad; Newton; Cálculo Infinitesimal y Cálculo de Variaciones.

ABSTRACT

1. Proteus, the changing-shape of being, like water and also like the mind of G. Topology deals with the properties of objects which remain immutable, despite stretchings and bendings, objects which do not vary in size or shape. Through an inner monologue, the character walks among objects and concepts associated with this branch of Mathematics.

2. The Cyclops, the one-eyed giant, can only see one side of things, from one perspective.In his cave –the narrowing of views– he tried to kill Ulysses.A dialogue is established between two opposed criteria in the teaching of Maths: one specialized, the other integrating other areas of knowledge, and also between two attitudes about the teaching profession. Different mathematic concepts appear throughout the dialogue, such as, irrational number, complex number, differential equation as well as references to the history of Algebra.

3. The mermaids –the waitresses– remind us of music and the sea. Both referents are used to expose, in an objective narration, mathematic concepts related to waves and geometric growth.As a result, the exponential function and the number e appear, present in many parts of Mathematics.

4. Ionian and Cronos: being and becoming. In subjective narration, the character thinks about the change, the movement and Maths, sciences of structures, which is a way to look at the world, both the inner and outer world of our minds, in particular, the infinitesimal calculus, which states the demand of finding a way to “negotiate” with the infinite.Thanks to Newton and Leibniz, the infinitesimal calculus has become a scientific colective language, a science which tries to understand reality as well as act efficiently on it.

Keywords: Euler; science and knowledge; form and function; growth and evolution; change and movement; optimum and versatile; Newton; infinitesimal calculus and variations calculus.

INTRODUCCIÓN

En abril de 1707 tiene lugar la batalla de Almansa. En esa misma primavera nace en Basilea Leonardo Euler, el matemático más prolífico de la historia.

Si Leonardo es el hombre convertido en el punto de partida y destino de todo, Galileo y Kepler representan la independencia del espíritu y Descartes la audacia de las nuevas interpretaciones. A lo largo del siglo XVII se crean instituciones científicas por toda Europa y las ciencias adquieren carta de ciudadanía apoyadas por reyes y gobernantes. Todo este movimiento culmina en los *Principia* de Newton. Ha nacido la ciencia moderna para convertirse en el ideal del conocimiento. Una ciencia organizada que, una vez lanzada, ya no tendrá freno y se despliega a lo largo del siglo XVIII; Euler es una buena muestra del científico ilustrado. Desde la llamada "revolución científica" del siglo XVII, todos los métodos, todas las investigaciones aspiran al calificativo de científico. Ha ejercido, pues, una influencia extraordinaria y conviene tomar distancia y, como Desargues, mirarla con cierta perspectiva y situarla en el ambiente cultural de su época.

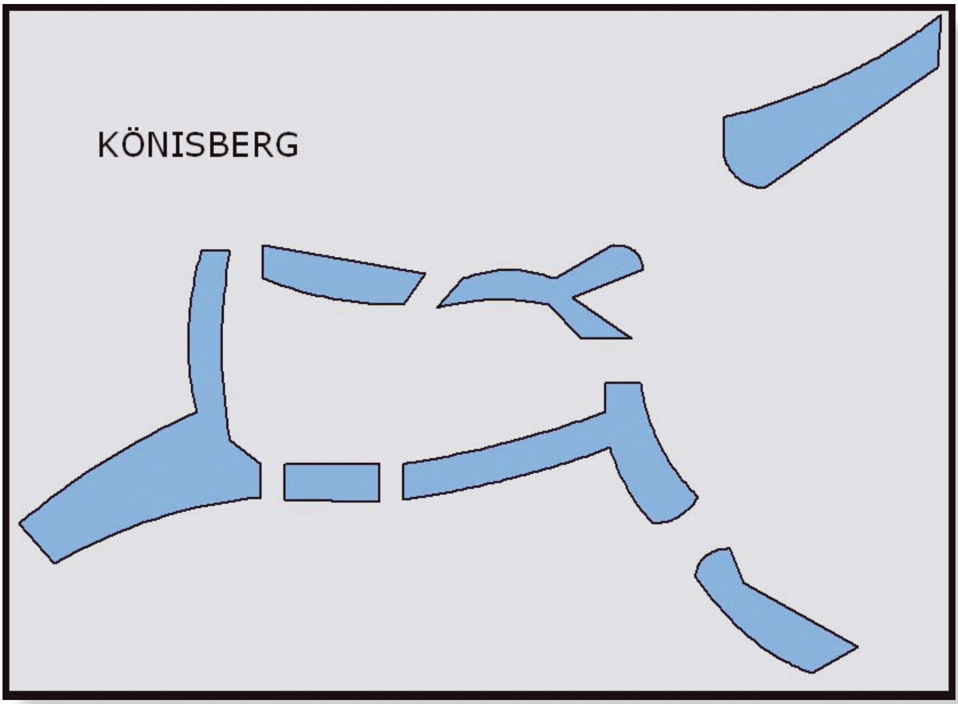
1. LA FORMA DE LOS SUEÑOS

Inquieto, G. se apeó del tren que le había llevado desde su ciudad de residencia a la estación de Madrid-Atocha, donde hizo trasbordo al Metro. Sintió la amenaza de la agorafobia y se refugió en la abstracción, mientras contemplaba un plano de la red del Metropolitano.

Magnífico ejemplo de lo deformable, este plano no coincide en absoluto con la red real del Metro. Poco importa; la única información que interesa al usuario es en qué estaciones subir y bajar y en cuáles cambiar de línea. Orden y conexiones. Huevos fritos, espejos de feria, verdemoco, plastilina. Si imprimiésemos este plano sobre un material elástico y lo deformáramos sin romperlo, la información permanecería intacta. Propiedad topológica. El puente sobre el río Kwai, Los puentes de Madison, ¿Los puentes de Könisberg?

G. cerró los ojos para oír los pasos de Kant recorriendo la ciudad prusiana situada a orillas del río Pregel y atravesada por siete puentes que enlazan sus barrios. ¿Es posible planificar el paseo de forma que, saliendo de casa se pudiera regresar a ella, tras haber atravesado los siete puentes una y sólo una vez?

Las líneas de los grafos se entrelazan en los nudos. Euler camina hacia la eternidad al reemplazar la tierra por puntos, los puentes por líneas que unen los puntos y la situación por una gráfica. ¿Podemos recorrer esta gráfica de un solo trazo y sin levantar el lápiz del papel? Ni tierra, ni puentes, ni río. Abstracción. La respuesta está en el número de líneas que llegan a cada punto: si es par, tiene solución. Si el número de puntos a los que llegan un número impar de líneas es como máximo dos, también tiene solución, pero no podemos terminar el recorrido donde lo habíamos comenzado; es el caso de París. Ha nacido la topología. ¿Queréis ser inmortales? Contemplad vuestro interior.



Recogida de basura, inspección de vías ferroviarias, lectura de contadores, vigilancia de aparcamientos. Circuitos eulerianos. G. abre los ojos justo a tiempo de comprobar que su parada es la próxima. Su destino: el museo Thyssen-Bordemitzsa. Una situación en la que la única información relevante sea cuántos objetos hay y cómo están conectados, responde a un modelo topológico; ¿cabe una interpretación topológica de Kandinski?

Científicos de la Universidad de Valencia identifican moléculas con índices topológicos lo que les permite conocer qué compuestos son activos en el tratamiento de una enfermedad y cuáles no. El principal componente del lápiz de labios, el ácido carmíneo, tiene propiedades anticancerosas.

La nostalgia es el dolor que sentían los aqueos cuando sitiaban Troya lejos de su patria. La memoria como patria de G., quien recuerda nostálgico al amigo, Raimundo J. Lorenzo, el fotógrafo-topólogo de Albacete, triste y prematuramente desaparecido. Persona humana –para Hacienda hay personas físicas– de una pieza; por más vueltas que le diéramos siempre lo encontrábamos de cara, como la banda de Möbius. Un ser capaz de estirar y deformar la realidad sin rasgarla, llevándola hasta el límite de lo posible.

2. CUADROS DE UNA EXPOSICIÓN

Recorriendo las salas comprobó, sin asombro, que la obsesión seguía allí. Su compañero observaba los cuadros con mirada distraída. Él trataba de verlos desde las matemáticas y, no menos importante, intentaba un mayor conocimiento de los conceptos de su disciplina a través de la pintura.

–De poco sirven aquí las habilidades del calculista –dijo su acompañante–. Aunque ciertas obras se han realizado con el único objeto de entretener a los críticos durante 300 años.

Su pretensión de que las matemáticas se reducían a una colección abstrusa de ejercicios al servicio de una colección estereotipada de problemas le molestó. Con evidente mal humor replicó:

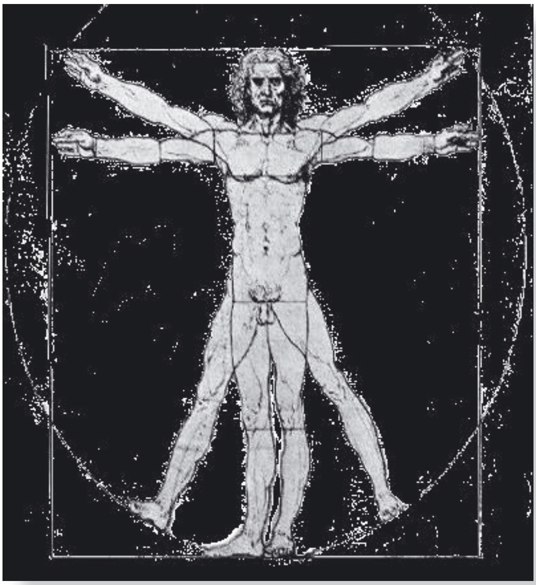
–La comprensión trasciende cualquier sistema de reglas. Poetas, pintores, matemáticos, todos ellos trabajan con estructuras y éstas han de ser bellas. Las ideas, los colores, las palabras, han de acoplarse en forma armoniosa.

–Vivimos en una sociedad de especialistas. Tú sabes qué “decirle” a una máquina para que haga operaciones a una velocidad endiablada, operaciones que, por cierto, no entiende. Y mucho me temo que tus alumnos tampoco.

–Este mismo recorrido que estamos haciendo permite estudiar diversos conceptos matemáticos y su evolución a través de la historia e incluso de la pintura misma. Capi Corrales cuenta en su libro “Contando el espacio” cómo es posible trazar un paralelismo entre la evolución del concepto de espacio en matemáticas y la evolución a lo largo de la historia del espacio pictórico. Este museo permite visualizar magníficamente su tesis.

La expresión de incredulidad aderezada con una pizca de ironía condescendiente en el rostro del otro le hizo comprender que su convicción de que la Matemática era, no sólo perfectamente compatible con otras áreas del conocimiento, sino tan necesaria como ellas para comprender el mundo que nos rodea, no iba a ser compartido.

–Piensa en el Renacimiento –continuó–. El hombre se sitúa en el centro de la creación y somete la naturaleza a su voluntad. El estudio de las proporciones del cuerpo y la expresión de sus movimientos en el espacio dan lugar a una estética antropológica. Pero la naturaleza se le hace inteligible porque está hecha a su medida. Y el conocimiento de la naturaleza supone descubrir las leyes o estructuras de la realidad e introducirlas en la representación visual, en el cuadro, según un método riguroso. Se origina así una estética matemática.



–El hombre de Vitrubio. El arte fue, en esa época, un medio de dominio, como más tarde lo serán la industria y la tecnología. Política, después de todo.

–Pero el arte es también una ciencia liberal, una actividad intelectual, y quien mejor expresó esta concepción científica del arte fue León Battista Alberti, quien, en el siglo XV, postula una estrecha relación entre arquitectura y música, fundada en una armonía común cuya base es el número, en clara tradición pitagórica.

–¿Quieres decir que los artistas sabían matemáticas?

–Tú mismo has citado el dibujo de Leonardo. ¡Ahí tienes el código Da Vinci!. Los artistas renacentistas utilizaron asiduamente el número áureo, por ejemplo. Así vemos a Miguel Ángel debatirse entre el tormento y el éxtasis mientras esculpe su David de proporciones áureas, o la Venus de Botticelli, también sujeta a estas hechuras. Sección áurea que también se aprecia en el barroco. Por ejemplo, en Velázquez, como nos mostraron los alumnos de la Escuela de Arquitectura de Granada, con su profesor Rafael Pérez a la cabeza, en una exposición en el Ayuntamiento de Albacete, allá por el año 2000.

–¿Cómo es eso?

–Los personajes del cuadro popularmente conocido por “Los borrachos”, están dispuestos según sucesivas divisiones del lienzo en la sección áurea. Y la composición de “Las hilanderas” utiliza tanto el rectángulo áureo como el pitagórico.

–¿Les cuentas estas cosas a tus alumnos?

–Desde luego. Quiero que sean el arte y el mundo natural de donde surjan los conceptos de la matemática escolar.

–Con eso sólo conseguirás que odien el arte tanto como las matemáticas. Zapatero a tus zapatos. ¿Les cuentas también que desde el Renacimiento, y hasta hace bien poco, los artistas tenían que buscarse la vida, un mecenas que les tolerase sus excentricidades como Leonardo o Mozart, o una corte que les tratara como simples funcionarios, caso de Bach y Velázquez?

–¿Porqué no? La matemática no ha evolucionado al margen de la historia.

–Cuéntales, entonces, cómo dos matemáticos jóvenes y talentosos de Málaga que han desarrollado un método que sirve para predecir el comportamiento y los efectos de inundaciones, vertidos accidentales y la intervención humana en el natural discurrir de las aguas y lodos, dado que ya han conseguido doctorarse pierden la beca de ¡300 euros al mes! y su universidad no sabe que hacer con ellos. Claro está que pueden sacarse unas oposiciones, convertirse en profesores de enseñanza secundaria e inculcar tu amor por las matemáticas a los adolescentes, quienes por cierto ni las comprenden ni tienen interés alguno en comprenderlas.

–Muchos alumnos llegan a la universidad con una concepción equivocada de lo que es el quehacer matemático. Una de las causas importantes es que raramente han sido expuestos a lo que es el verdadero razonamiento matemático.

–¿Qué hay de malo en que el alumno sea competente en cálculo numérico y algebraico? Aunque no entiendan por qué lo hacen sienten cierta autoestima cuando lo consiguen.

–No son incompatibles tu posición y la mía. Sólo digo que en los tiempos actuales en que las máquinas son capaces de hacer cálculos a gran velocidad, apuesto por no proponer un aprendizaje lógico o memorístico, sino un aprendizaje práctico, aquí está el problema: el camino seguido por la luz, o la tangente a una curva, o el cálculo de velocidades, y aquí están las formas en que los grandes científicos lo han tratado y éstas son las herramientas que crearon. La exposición a este tipo de actividad es lo más importante que podemos proporcionarles. Hacerles hacer matemáticas.

–La derivada, por ejemplo. Pero estarás conmigo en antes de usarla hay que definirla.

–¿Cómo procedieron los científicos del siglo XVII? Manipularon movimientos acelerados y velocidades instantáneas sin detenerse a formalizar con rigor lo que entendían por ello, una recomendación desde la historia para cualquier profesor: manipular y, después, definir.

–Pero la matemática es un lenguaje, lo dijo Galileo: “para poder comprender el libro que se abre ante nuestros ojos debemos conocer el lenguaje en el que está escrito, y ese lenguaje es el de las matemáticas”.

–Cierto. Pero la matemática no es sólo lenguaje, es, como dice Bachelard, un pensamiento seguro de su lenguaje.

–Creo que el alumno debe saber claramente con lo que se enfrenta. No podemos esperar que tenga, a su edad, una capacidad de relacionar conceptos e ideas como las de un adulto intelectualmente formado.

–Insisto en que me parece pedagógicamente necesario insertar los conocimientos modernos en su perspectiva histórica, pero además, la reconsideración de la matemática clásica desempeña un papel crítico esencial. Así se presentan los problemas que ya se planteó la física clásica, cuando incluso no estaba separada de la matemática, adoptando una actitud crítica para con la ciencia del pasado, contribuyendo, en la medida de lo posible, a la “culturización” de la ciencia.

–Eso suena más a cruzada o voluntariado de ONG que a profesional de la enseñanza.

–Alguien, no recuerdo quien, dijo una vez que el tango es un sentimiento que se baila. ¿Por qué no puede ser la matemática un pensamiento que se siente?

–Como el “Amor particular” de Lluis Llach, que en su caso entiendo perfectamente, tu tienes un sentimiento particular hacia abstracciones, creaciones de la mente como por ejemplo ese número de oro del que tanto habláis últimamente. ¿Qué aspecto tiene? ¿Es amarillo?

–Es irracional.

–No podía ser de otro modo. Y me quieres convencer de que los artistas renacentistas y barrocos trabajaban con él.

–Y los de la Grecia clásica. Porque siendo irracional es algebraico.

–Ahora si que me ha quedado claro. No se cómo no se me había ocurrido antes.

–Quiero decir que la sección áurea puede construirse con regla y compás, y eso si lo sabían hacer los pintores, escultores y arquitectos. Velázquez era un buen conocedor de la geometría; sólo tienes que acceder a su biblioteca a través de Internet.

–En su época lo cierto es que reinaba en las ciudades un hedor apenas concebible para el hombre moderno porque aún no se había atajado la acción corrosiva de las bacterias, como puedes leer en “El perfume”.

–Pero cuando Leibniz llega a París en 1672 queda impresionado por el ambiente intelectual de la capital francesa y no por su insoportable olor.

–Ya que hablas de Leibniz, recuerda sus anhelos:

…no habría ya mayor necesidad de discusión entre dos filósofos que entre dos contables. Les bastaría tomar sus lápices, sentarse ante el tablero y decir: ¡Calculemos!

Leibniz, para quien la música es el álgebra de Dios, soñaba con desarrollar un lenguaje simbólico y un álgebra a su servicio que redujera a cálculo cualquier investigación humana. Debido al hecho de que la radioactividad es una propiedad del átomo, Rutherford mostró que la radioactividad de una sustancia es directamente proporcional al número de átomos presentes en la misma. En lenguaje de Leibniz:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

donde N indica el número de átomos presentes en el instante t, dN/dt el número de átomos que se desintegra por unidad de tiempo y λ una constante positiva de proporcionalidad. La utilización del análisis infinitesimal permite establecer la fecha de realización de los cuadros dado que todos ellos tienen una pequeña cantidad del elemento radioactivo Plomo 210 y en mucha menor cantidad Radio 226, y toda vez que ambos elementos están presentes en la cerusa o albayalde (óxido de plomo), colorante usado por los artistas desde hace más de 2000 años.

–Pero Leibniz no tuvo éxito en su empeño. Cierto que el científico ha tratado siempre de atrapar el universo en fórmulas. Pero para ello ha necesitado del concurso del álgebra.

–El siglo XVII fue testigo de un nuevo florecimiento del álgebra, cuyo logro más importante fue la resolución de la ecuación cúbica y de la ecuación de cuarto grado.

–Pero con ello, los algebristas italianos tropezaron con lo que actualmente llamamos números complejos. En 1637, Descartes llamó “imaginarias” a las expresiones en las que aparecen raíces cuadradas de números negativos, considerando su aparición como señal de que el problema era irresoluble.

Durante bastantes años nadie encontró aplicación a todo aquello, de manera que los filósofos pudieron campar a sus anchas. Más adelante, sin embargo, los matemáticos aprendieron cómo hacer cálculo infinitesimal con números complejos, encontrando aplicaciones prácticas en aerodinámica, mecánica de fluidos, teoría cuántica e ingeniería eléctrica.

-Recuerdo la anécdota del rector de cierta universidad que, ante las continuas y desorbitadas peticiones de dinero para material, instaba al titular del departamento de Física a que tomara ejemplo del de Matemáticas. Ellos –le decía– no necesitan más que lápices, folios y papeleras; y los del departamento de Filosofía son aún mejores, ¡no necesitan papeleras!

–En el capítulo primero del Ars Magna de Girolamo Cardano se puede leer una referencia al sabio árabe Al-Khwarizmi, cuya obra más importante es Al-jabr wa’l Muqäbala.

La palabra “jabr” en nuestro lenguaje moderno se traduce por “restauración”, transposición de términos de uno a otro miembro de la ecuación.

Así, con este sentido original de restauración pasó al español y podemos leer en el Diccionario de la Real Academia lo siguiente:

Álgebra: arte de restituir a su lugar los huesos dislocados

–Este es el sentido en el que aparece la palabra en el Quijote, cuando el bachiller Sansón Carrasco acaba de ser molido a palos por D. Quijote:

En esto fueron razonando los dos hasta que llegaron a un pueblo donde fue ventura hallar un algebrista, con quien se curó el Sansón desgraciado.

–En el siglo XVIII, las potencias europeas querían que las matemáticas se aplicaran a la resolución de problemas prácticos y competían entre ellas por captar a las mentes más brillantes (en la actualidad casi todas se van a EE.UU). No obstante, los matemáticos podían ser requeridos para otros menesteres.

Durante su estancia en la corte de Catalina de Rusia Euler coincidió con el filósofo francés Denis Diderot ateo declarado que hacía proselitismo entre los rusos. Catalina, indignada, pidió a Euler que le parara los pies. Al cabo de un tiempo dijo tener una prueba algebraica de la existencia de Dios. Catalina citó a ambos en palacio y el matemático suizo se presentó ante el auditorio y anunció:

Señor, $\frac{a+b^n}{n}=x$ y por tanto Dios existe. ¡Refútelo!

Diderot, que no entendía una palabra de álgebra, quedó atónito y desconcertado. Abandonó San Petersburgo y regresó a París.

–Lo que yo decía. La ciencia tiene un papel instrumental e intimidatorio.

3. CARACOLA

El interior del restaurante estaba decorado con sobriedad y nada en él llamaba especialmente la atención. Nada de distracciones. Estaba servido por camareras uniformadas al estilo actual: camisa negra y mandil también negro, si bien este último mal ocultaba las extremidades inferiores cubiertas con pantalones de todo tipo. La música de Bach acompañaba, tenuemente, el disfrute de la comida. La música de Bach es el reflejo de un pensamiento que establece una comunicación entre microcosmos y macrocosmos. Música que aún no separaba las esferas del arte y de la ciencia.

Por la abierta ventana se oye un pájaro que tan sólo canta. El aire multiplica. Oímos por espejos. Luz y sonido. Huygens, uno de los fundadores de la Teoría de las Probabilidades, tuvo en la teoría ondulatoria de la luz su contribución más célebre. La luz, según el científico holandés, no transporta materia en su movimiento, tan sólo energía. Se trata de una onda, un movimiento vibratorio que se propaga en el espacio como las olas en el océano.

La barca sobre la mar y el caballo en la montaña

Cada sonido, y cada sucesión de sonidos, puede representarse por una curva. Sinusoide. Sinuoso.

Cada onda completa corresponde a una vibración completa de un diapasón.

Sorprende la gran regularidad de estas ondas; todas tienen la misma FORMA y se REPITEN a intervalos perfectamente regulares. Regularidad que distingue la música del ruido.

El problema de diseñar una curva que de placer al oído no deja de ser muy parecido al problema de diseñar un edificio que de placer a la vista. Así, “La casa de Hortelano en Albacete”. Nuestro sentido estético exige cierta regularidad, ritmo y equilibrio. “La fábrica de harinas”.

La gama templada, la utilizada por Bach, define 12 intervalos iguales a priori. En la quinta octava del piano nos encontramos con las siguientes frecuencias:

Do^5	261.0	**Fa^5**	348.3	**La^5**	438.9
Do$'^5$	276.5	Fa$'^5$	369.1	La$'^5$	465.0
Re^5	293.0	**Sol^5**	391.1	**Si^5**	492.7
Re$'^5$	210.4	Sol$'^5$	414.3	**Do^6**	522
Mi^5	328.8				

El primer número, 261, es exactamente la mitad del último 522 y la sucesión que forman estas frecuencias es una progresión geométrica de razón $\sqrt[12]{2}$.

La función que relaciona $\text{tecla}(n) \rightarrow \text{frecuencia}(f)$ tiene la siguiente expresión:

$$f = 231{,}67 \cdot e^{0{,}0599\, n}$$

siendo e, como π, un número irracional y trascendente, con infinitas cifras decimales, no periódicas, que comienza por 2, 718281828459045…, un número especial que tiene por eterno compañero al logaritmo natural.

En la historia de las matemáticas, la persona más estrechamente asociada a este número es Leonardo Euler, quien nos lo presenta a través de la expresión:

$$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots = e^x$$

Interés compuesto diario. 1000 euros colocados al 2% se convierten en $1000 \cdot e^{0'02}$ al cabo de un año y en $1000 \cdot e^{0'02 \cdot t}$ al cabo de t años. Los bancos manejan, sin duda, otra fórmula.

Algunos analistas opinan que la población mundial se ajusta, desde 1960, a la función:

$$P(t) = \frac{36.000}{1 + 11e^{-0{,}02123t}}$$

Siendo $t = 0$ en 1960 y con P en millones de personas. Esto les permite hacer previsiones.

Problema. Un arqueólogo descubre en unos restos óseos que la razón C^{14}-C^{12} es 2/5 de la que se encuentra en la atmósfera. Dado que el periodo de descomposición del C^{14} es de 5.730 años, y que la función:

$$R(t) = R_0 e^{-kt}$$

proporciona la razón $\frac{C^{14}}{C^{12}}$ ¿qué antigüedad tienen los restos? Síndone, Turín.

Se equivocó Galileo, se equivocaba. Creyó que la suspensión libre de una cadena era un arco de parábola, pero la cadena colgante no es parabólica y, ni siquiera, como se demostró poco después, es una curva algebraica. Es...

$$\frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

¡Una vela! Un velo ondulante sobre las ondas.

La anchurosa vela limitada por dos catenarias se hincha con el viento de un levante primaveral. Las olas sinusoidales acogen al velero en su seno.

E pur se muove

4. SENSACIONES Y ESTÍMULOS

En primavera, en el valle del Jerte, se produce la maravilla de la floración de los cerezos. Algo parecido ocurre en la Rioja cuando los viñedos se van tiñendo de matices rojos y ocres con la otoñada.

Sentado a una mesa del Café Gijón, ojeo distraídamente el periódico mientras lo voy hojeando.

Los grandes valores se mueven muy despacio. El Ibex termina la sesión con un avance del 0,64%. Aumenta la inestabilidad atmosférica; las temperaturas en progresivo aumento. El Sevilla, cuando le encierran, acelera, porque le sobran velocistas.

Ya lo dijo Heráclito: “A causa de la velocidad del movimiento todo se dispersa y se recompone; todo viene y todo va”

¡Vacaciones en el cambio climático!

La isla Warming mengua en función de nuestra falta de respeto por los protocolos del medio ambiente.

“Marchitará la rosa el viento helado,
todo lo mudará la edad ligera
por no hacer mudanza en su costumbre”

Todo es movimiento. Y cambio. Y sensaciones. Aristipo afirmaba que sólo podemos confiar en las sensaciones puesto que la realidad se nos escapa. Michael F. Marmor, profesor de Oftalmología en Stanford, sostiene que los cambios de estilo de Monet y Degas no responden a una evolución intelectual sino a afecciones oculares: el pintor se expresa en la obra en función de lo que ve al mirarla. Estímulos.

No puedo cuantificar la sensación que me produce la contemplación, en esta tarde primaveral de mayo, de los árboles y las flores dispuestas ordenadamente a lo largo del Paseo del Prado. Si, en cambio, puedo medir estímulos y, por tanto, saber qué valor de un estímulo es necesario para crear una diferencia entre dos sensaciones; o sea, puedo medir el umbral del estímulo y, en consecuencia, la sensibilidad, que es la inversa del valor del umbral. O así al menos piensa Gustav Theodor Fechner, fundador de la psicofísica.

Si S es la magnitud de la sensación y R la del estímulo, de nuevo en lenguaje de Leibniz, dS es la unidad de sensación y:

$$dS = k \cdot \frac{dR}{R}$$

Llamando r al valor del umbral del estímulo, el cálculo de Newton-Leibniz nos lleva a:

$$S = k \cdot \ln \frac{R}{r}$$

Donde encontramos al logaritmo natural, y, entonces, al número e, porque manipulaciones algebraicas en la ecuación anterior conducen a:

$$\rho = c \cdot e^{K\,?\theta}$$

Ecuación de la espiral logarítmica, objeto de deseo de Durero, donde el radio vector crece geométricamente mientras el ángulo lo hace aritméticamente, como las notas y su frecuencia. De nuevo vuelvo a la música. Celestial música de las esferas de Kepler y Leibniz que refleja el orden y las proporciones del universo. Siempre la música como reveladora del paisaje. Bosques y prados. Rojos tejados alrededor de la aguja de una modesta iglesia de Turingia. Para Lutero, nacido y muerto en esa región de Alemania central, la música es un don de Dios. Su concepción de la música como "número sonoro" recibió su expresión más acabada en la obra de Bach.

Así como el músico, después de las primeras cantatas, necesitó más amplios horizontes (Weimar) y un catalizador (Vivaldi y el moderno concerto italiano), Newton, que había iniciado sus investigaciones sobre las propiedades de las líneas curvas apoyándose en el método de las tangentes de Descartes, no necesitó salir de Cambridge para ir más allá y creo que su catalizador pudo ser el movimiento.

El cálculo infinitesimal y la ciencia del movimiento nacen, simultáneamente, en el siglo XVII y evolucionan de la mano. Ambas líneas de investigación son inseparables y en ese esfuerzo de comprender los fenómenos asociados al cambio se entrelazan los intentos de aprehensión física de la naturaleza, los procedimientos matemáticos que se descubren y se desarrollan con este fin y la reflexión filosófica subsiguiente.

El Cálculo consiste básicamente en la medida del ritmo de cambio. Pero la clave para la comprensión de la naturaleza del movimiento y del cambio fue encontrar un método para domar –dice Keith Devlin– el infinito, lo que resulta paradójico, ya que observando en derredor no nos parece que el infinito forme parte del mundo en que vivimos y, sin embargo, hemos necesitado dominarlo intelectualmente para poder elucidar los fenómenos asociados al movimiento y el cambio. Por eso, es posible que ese descubrimiento revolucionario que fue el cálculo infinitesimal sea, como la música, capaz de revelarnos a nosotros mismos, informándonos de cómo funciona nuestra mente al tiempo que nos permite conocer las estructuras de la naturaleza a las cuales se aplica.

Uno de los procedimientos matemáticos utilizados, y que necesariamente involucra un trato con el infinito, es la noción de derivada, el ritmo del cambio, en cuyo origen está el concepto de velocidad pero que actualmente se usa para medir dilataciones instantáneas, valores marginales, etc. Para que podamos medir su ritmo, el cambio ha de producirse de manera continua.

La creación parece surgir del conflicto entre lo que permanece y lo que evoluciona; las matemáticas son una manifestación más de una época que rompe con la concepción estática precedente y pretende atender al movimiento. Basta para comprenderlo observar "San Carlino alle Quattro Fontane" de Francesco Borromini, quien utiliza las formas cóncavas y

convexas para crear un continuum sin fin que dinamiza el espacio, en un movimiento ascendente que rompe las estructuras clásicas y las expande al infinito.

La geometría de la Grecia clásica se superó cuando se comenzó a estudiar la variación continua de elementos numéricos y geométricos. En la pintura barroca la geometría prevalece –"La coronación de la Virgen" de Velázquez está resuelta en base a tres grandes rombos o dos triángulos equiláteros opuestos– se especula con las formas y se componen obras de gran dinamismo mediante el juego de curvas y contracurvas, como en "El rapto de las hijas de Leucipo" de Rubens. Para Newton la primera tarea del matemático debía ser ampliar el alfabeto geométrico de la naturaleza. En Sant'Ivo Alla Sapienza, la iglesia de la antigua universidad de Roma, Francesco Borromini diseña en base a dos triángulos equiláteros contrapuestos que forman una estrella de seis puntas. El barroco crea un nuevo lenguaje geométrico y estructural.

Borromini consigue que el movimiento de todo el espacio se extienda sin interrupción, sin saltos, de manera continua, abriéndose al infinito.

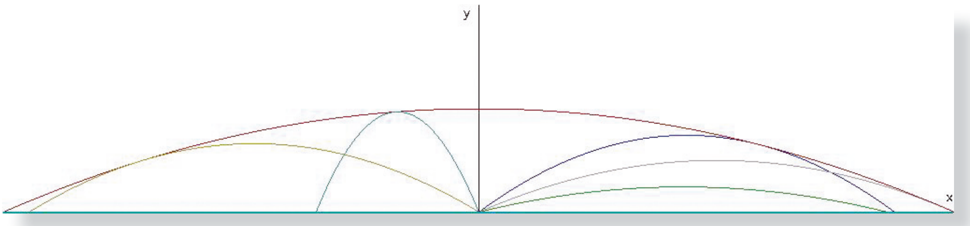
Continuidad. Ritmo de cambio. Función. Conceptos propios del análisis matemático, un edificio conceptual del que Newton y Leibniz son los principales arquitectos. Pero no lo hicieron sin ayuda, pues como todas las estructuras matemáticas, el cálculo infinitesimal es la culminación de muchas ideas.

Para Galileo, por ejemplo, lo infinitamente pequeño tenía una gran importancia puesto que lo necesitaba esencialmente en su dinámica –del griego dynamis, que significa "poder" o "fuerza"–, esto es, la teoría del movimiento causado por fuerzas. Entre las contribuciones nuevas a esta ciencia estaba el análisis que hacía Galileo del movimiento de un proyectil, en una componente horizontal uniforme y una componente vertical uniformemente acelerada.

Como resultado de esta descomposición consiguió demostrar que la trayectoria del proyectil, despreciando la resistencia del aire, es siempre una parábola.

También Bonaventura Cavalieri, jesuato –no jesuita– discípulo de Galileo, comparó infinitésimos rectilíneos con infinitésimos curvilíneos y de esta forma pudo relacionar dos curvas muy conocidas: la espiral de Arquímedes, $\rho = a\theta$ y la parábola $x^2 = ay$, y lo sorprendente es que en esa relación interaccionan elementos que pertenecen al cálculo infinitesimal con otros que corresponden a la geometría analítica y, sin embargo, Cavalieri escribía cuando aún no había sido inventada formalmente ninguna de estas dos ramas de la matemática.

Torricelli estudió las trayectorias parabólicas que siguen los proyectiles disparados desde un punto fijo con velocidad inicial constante, pero variando el ángulo de elevación sobre la horizontal. La envolvente de todas estas parábolas es otra parábola, la "parábola de seguridad", llamada así porque nunca es sobrepasada por ningún proyectil disparado por ese cañón.



Y Roberval y Fermat y Descartes. Gigantes que estudiaron las curvas y sus propiedades. "En el Tríptico del Descendimiento" –dice Juan Ramón Triadó– la simbiosis de la diagonal y las líneas curvas en un ritmo cóncavo-convexo, dinamiza el espacio compositivo barroco. Rubens crea así una estructura de una movilidad contenida."

Parece, pues, claro, que los artistas y los hombres de ciencia se preocuparon del movimiento. Intento controlar la respiración después de subir una cuesta; el palpitar de mi corazón me hace comprender que el nuevo

latido señala un nuevo comienzo y que el anterior ya es irrecuperable, ausencia de repetición que ya preocupó a Heráclito. La luz, reflejada en las flores de los parterres, estalla y se reorganiza a cada instante formando imágenes que ya son distintas a las de hace tan sólo un momento. La medición repetida no puede dar exactamente el mismo resultado, difieren en un infinitésimo, en un indivisible, desviación que estudia el cálculo infinitesimal. La disponibilidad de esta herramienta conceptual permitió el desarrollo de una disciplina nueva basada en ella, el cálculo de variaciones, algunos de cuyos asuntos son:

–entre todas las figuras planas de la misma área, el disco circular es el que tiene perímetro mínimo, que explica por qué las gotas de aceite que nadan en el caldo son circulares,

–o que el círculo es, entre todos los dominios de área dada, el capaz de soportar el montón de arena más grande

–o, contestar a la pregunta: ¿qué forma debería tener la sección trasversal de una columna perfectamente elástica, para poder soportar el máximo momento de torsión? Circular.

¿Y en el espacio tridimensional? De todos los sólidos cuya superficie tiene un área prescrita, la esfera es la que encierra mayor volumen.

EPÍLOGO

Somos, en un porcentaje muy elevado, agua. Cuando un amigo al que hacía tiempo que no veía me dice: “Apenas has cambiado” ignora que casi la totalidad de mis átomos han sido sustituidos por otros nuevos desde nuestro último encuentro.

Y es que la materia que somos no deja de fluir. Todo en la naturaleza está sujeto a un movimiento y cambio incesantes, a un flujo perpetuo. El estudio de este fluir hizo necesario crear una nueva herramienta, el análisis matemático, que proporcionó los métodos para investigar cuantitativamente esos procesos de cambio y movimiento.

La fuerza actúa para modificar el estado de movimiento, un movimiento que puede cambiar la forma. Newton no buscó la causa de la caída de la manzana sino que mostró su semejanza con las estrellas. Búsqueda de principios comunes y de semejanzas esenciales.

El enigma de la forma se nos muestra por doquier: las olas del mar, las ondulaciones sobre la playa, la majestuosa curva de la bahía arenosa; ante semejante misterio las matemáticas hacen lo que pueden. Contemplamos su armonía y perfección, que también están presentes en el sonido de un instrumento afinado, y en todo aquello que el arte y la naturaleza unen.

Las abejas optimizan el espacio. Nosotros deberíamos hacer lo propio con los recursos buscando un equilibrio con el medio. En lugar de ello provocamos cambios quizá irreversibles. ¿Serán las abejas las primeras víctimas del cambio climático?

Para Kant, el criterio para reconocer una verdadera ciencia radica en el grado de matematización alcanzado. Nada nuevo. Leonardo ya dijo algo parecido y en la época que nos ocupa, Roger Bacon llamó a las matemáticas *porta et clavis scientiarium*.

El objetivo de los *Principia* era aplicar las matemáticas a la filosofía natural –lo que ya habían hecho Galileo, Kepler y Huygens, entre otros–. Pero, ¿es el científico el que introduce las matemáticas en la filosofía natural, o es la Naturaleza misma la que lo hace?

“Era absolutamente clásico, redondo, armonioso y, pese a ello, de una novedad fascinante”

Esta frase extraída de “El perfume” de Patrick Süskind, bien puede aplicarse a este cálculo sutil, plagado de poderosas insinuaciones de una belleza al borde de lo inasible.

¿Adónde habríamos ido a parar –se pregunta Agustí Francelli– sin la revolución de la ópera de Gluck en el siglo XVII? Cabe también preguntarse: ¿cómo sería nuestra vida sin la revolución científica de ese mismo siglo?

Llego al final del Paseo del Prado*. Estación de Atocha. Sentado en el tren una profunda agitación me invade. El tren se pone en movimiento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEKSANDROV Y OTROS, *La matemática: su contenido, métodos y significado*. AU.

BERNAL, J. D., *Historia social de la ciencia.* Ediciones Península.

BOYER, C., *Historia de la matemática*. Alianza Universidad.

CORRALES, C., *Contando el espacio.* Ediciones Despacio.

DE LORENZO, J., *La matemática y el problema de su historia*. Tecnos.

DURHAM, W., *Viaje a través de los genios.* Pirámide.

GARCÍA MORENTE, M., *Lecciones preliminares de filosofía*. Encuentro.

HILDEBRANT, S., TROMBA, A., *Matemática y formas óptimas*. Prensa científica.

LÉVY-LEBLOND, J. M., *Conceptos contrarios.* Tusquets.

LE LIONNAIS F. Y OTROS, *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*. Editorial Universitaria de Buenos Aires.

KLINE, M., *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días.* AU.

NEWMAN, J.R., (Coor.) *Sigma: el mundo de las matemáticas.* Grijalbo.

RIAZA, J. M., *Ciencia moderna y filosofía*. Editorial católica.

PAULOS, J. A., *Más allá de los números*. Tusquets.

STEWART, I., *De aquí al infinito*. Crítica.

VV.AA. *Las matemáticas en la vida cotidiana*. Addison-Wesley.

VV.AA. *Matemáticas en el mundo moderno.* Blume.

(*) Llevo su luz y su olor hasta la...