

**DOCUMENTO**

KURT GÖDEL

**Una observación sobre la relación  
entre la teoría de la relatividad y  
la filosofía idealista**

ALBERT EINSTEIN

**Respuesta a Kurt Gödel**

PALLE YOURGRAU

**INTRODUCCIÓN**

KURT GÖDEL

Sobre proposiciones formalmente indecidibles  
de los *Principia Mathematica*  
y sistemas afines, I

TRADUCCIÓN: Manuel Garrido, Alfonso García Suárez y  
Luis Manuel Valdés Villanueva  
INTRODUCCIÓN: Manuel Garrido

Índice

INTRODUCCIÓN. El teorema de Gödel. Un análisis filosófico, por MANUEL GARRIDO.....	9
1. El insólito hallazgo de Kurt Gödel.....	11
2. Vida y escritos de Gödel.....	17
3. El teorema de incompletud: demostración y corolarios .....	23
4. Implicaciones filosóficas del teorema de Gödel .....	47
Bibliografía .....	67
Nota sobre la traducción.....	73
KURT GÖDEL: Algunos resultados metamatemáticos sobre completud y consistencia.....	75
KURT GÖDEL: Sobre proposiciones formalmente indecidibles de los <i>Principia Mathematica</i> y sistemas afines, I.....	81
Contenidos .....	83
1. ....	85
2. ....	97
3. ....	131
4. ....	143
Nota añadida en 28 de agosto de 1963.....	149
GLOSARIO .....	151

## **Introducción\***

Palle Yourgrau

Resulta un hecho sorprendente que el mayor lógico del siglo XX, Kurt Gödel, fuera durante muchos años, en el Instituto de Estudios Avanzados, el mejor amigo y colega del adalid de la física del siglo XX, Albert Einstein. Compartieron un profundo y permanente interés, desde diferentes puntos de vista, por el concepto de tiempo, un concepto que ha atormentado a científicos y filósofos desde Platón hasta nuestros días. Aunque la discusión acerca de la naturaleza del tiempo se desarrolló en principio como un problema para los filósofos se fue trasladando gradualmente, como muchas otras cuestiones teóricas, hacia el campo de los científicos. Así, de Newton en adelante el tiempo pareció no ser una cuestión de filósofos, sino de científicos, que recibiría su última modificación —se pensaba— a manos de Einstein y la teoría de la relatividad. Queda aún por dilucidar la profunda cuestión de si la ciencia física puede resolver, y en qué medida, lo que constituye un problema genuinamente filosófico —e incluso si hay o no preguntas que sean “genuinamente filosóficas”. Ciertamente, poco a poco puede salir a la luz que lo que en algún tiempo se tomó por error como problema filosófico, caiga de un modo más legítimo bajo la égida de la ciencia matemática o física. Muchos consideraron, por ejemplo, que las preguntas sobre el infinito y los “infinitesimales”, que durante siglos causaron perplejidad entre los filósofos, habían encontrado su resolución adecuada en la matemática y la lógica. Tras los grandes logros alcanzados por Newton se creyó lo mismo acerca del tiempo. Y de hecho el propio Newton fue superado no por un filósofo, sino por un físico, por Einstein.

Incluso Kant, creyendo todavía que Newton había dicho la última palabra sobre el espacio y el tiempo desde la perspectiva de la física, mantuvo que aun quedaba mucho que decir sobre estos dos conceptos desde el punto de vista filosófico. El propio Kant propuso dos tesis que no se hallaban en Newton, a saber, que el tiempo es, en algún sentido, más fundamental que el espacio, y que ambos son, en último término, rasgos de una realidad “impuesta” por las “formas” del “sujeto pensante” a nuestra representación del mundo físico y mental, donde el “sujeto pensante [o ‘transcendental’]” representa no el yo empírico, sino más bien el transcendental que permanece tras nuestra concepción de la realidad, no como un objeto, sino como el sujeto último. Para

Kant el tiempo no es real sino “ideal”. Más específicamente, es “empíricamente real” —esto es, se trata de un constituyente genuino del mundo manifiesto tal y como éste se nos presenta ante nuestros sentidos— pero es “transcendentalmente ideal”, esto es, no se trata de una característica de la realidad tal y como es en sí misma, en tanto que no concebida por ninguna mente racional como las nuestras. Si la Teoría de la Relatividad de Einstein constituye entonces una respuesta a Newton, los escritos de Gödel sobre Einstein se elaboran como reflexiones acerca de Kant. Y de hecho, un borrador más extenso de [Gödel (1949a)], aparecido póstumamente, lleva como título “Algunas reflexiones sobre la relación entre la Teoría de la Relatividad y la filosofía kantiana” [Gödel (1949b)]. Incluso paradójicamente, como era costumbre suya, Gödel desarrolló su reconsideración de Kant por medio de un estudio profundo no (sólo) de la metafísica kantiana, sino también de la Teoría de la Relatividad de Einstein. De hecho, un sello de la metodología de Gödel, en física y filosofía no menos que en lógica y teoría de conjuntos, es poner a trabajar sus profundos descubrimientos e innovaciones técnicas en un dominio arrojando luz sobre otros.

Esta metodología ya es obvia en el primer logro de Gödel, el teorema de completud para la lógica de primer orden, que demostró la equivalencia entre verdad y demostración para este dominio limitado. Gödel alcanzó este resultado dentro del marco de la metamatemática forjado por Hilbert, empleando incluso métodos infinitos que estaban, como el propio Gödel le indicó a Hao Wang, en desacuerdo con el programa de Hilbert. De un modo similar, el siguiente y más famoso resultado de Gödel, el teorema de incompletud, que demostró la no equivalencia entre verdad y demostración en el dominio más comprehensivo de la teoría de números formalizada, se alcanzó empleando de modo ingenioso verdades significativas de la teoría de números *no formalizada*, como el teorema fundamental de la aritmética. De un modo más significativo, la propia demostración de las limitaciones intrínsecas de los métodos formales estrictos se consiguió mediante el empleo estricto de aquellos mismos métodos formales. (Irónicamente, a un ordenador se le puede enseñar a derivar esta demostración, la misma que establece las limitaciones intrínsecas de los ordenadores y, de este modo, de todo el pensamiento algorítmico). En su demostración, concierne al universo de conjuntos “no constructible” y platónicamente concebido, de que el axioma de elección —el mismísimo hito de la ausencia de constructibilidad— es consistente con los axiomas de la teoría de conjuntos, realizó sus avances tallando dentro de este universo un subdominio, un modelo interior de los llamados conjuntos constructibles, que demostró que podrían servir de modelo tanto para axiomas de la teoría de conjuntos como para el axioma de elección. Como escribió recordando a Gödel, su colega durante algún tiempo, en el Instituto de Estudios Avanzados, Gasai Takeuti: “Gödel alcanzó sus pasmosos logros poniendo en práctica las ideas constructivas de Russell, Whitehead y Hilbert dentro de una

teoría de conjuntos no constructiva [...] Gödel cuestionó el programa de Russell-Whitehead filosóficamente y aplicó las ideas constructivas de éstos y las de Hilbert a la teoría de conjuntos transfinitos, su opuesto filosófico” [Takeuti (2003), p. 7]. De un modo más general, señala Takeuti, Gödel “[...] se percató de que [varios] métodos matemáticos [...] conectados con programas ideológicos podrían ser separados de su bagaje ideológico” [Takeuti (2003), p. 7].

Otro aspecto, si bien bastante olvidado, de su metodología es lo que puede llamarse [Yourgrau (2005)], por analogía con el programa de Hilbert, el “programa de Gödel”: *valorar por medios formales los límites de los métodos formales a la hora de capturar conceptos intuitivos*. Su teorema de completud puede por tanto presentarse como la demostración del éxito del formalismo de la lógica de primer orden para capturar el concepto intuitivo de validez de la lógica de primer orden, mientras que su teorema de incompletud demostró que el concepto intuitivo de verdad aritmética no puede reproducirse por completo en el sistema de la aritmética formal (suponiendo que este sistema sea consistente). Efectivamente, la capacidad para distinguir claramente un concepto intuitivo de su representación formal es una marca peculiar del genio de Gödel, y una precondition necesaria, como él mismo señaló en su discusión con Hao Wang, para el descubrimiento de la verdadera relación entre ambos. Así, cuando Gödel fue invitado por Paul Arthur Schilpp, editor de la famosa serie “The Library of Living Philosophers”, a realizar una contribución en el volumen que estaba en preparación, *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, la pregunta sobre si el concepto intuitivo de tiempo había sido capturado con éxito por el formalismo matemático de la Teoría de la Relatividad de Einstein le resultó algo natural, dado su constante interés en tal concepto intuitivo.

De un modo extraño, sin embargo, éste no fue en absoluto el modo en que se interpretó el ensayo de Gödel durante muchos años tras su publicación. Más bien tendió a ser visto como una mera “excursión” a partir de los principales intereses de Gödel, como algo escrito principalmente a modo de homenaje a su amigo Einstein con ocasión de su setenta cumpleaños. Recientemente ha habido un cambio de punto de vista en el ámbito filosófico. Ahora se presta una seria atención al proyecto de valorar tanto la posición que el ensayo de Gödel ocupa en su “programa” como la fuerza y significación del razonamiento de Gödel allí contenido. ¿Qué forma adquiere, entonces, la nueva valoración de Gödel de la vieja pregunta filosófica acerca de la realidad del tiempo, reformulada, ahora, como una investigación de las consecuencias filosóficas de la Teoría de la Relatividad de Einstein?

Gödel dio de nuevo el primer y crucial paso de separar claramente el concepto intuitivo del concepto formal, en este caso, el tiempo intuitivo *versus* el tiempo relativista. También, como antes, Gödel se sintió libre para reclutar los recursos que originalmente pertenecían a un enfoque del problema

para alcanzar conclusiones nunca pretendidas por el autor de tal enfoque. En este caso, empleó a Einstein contra Einstein, a Kant contra Kant. Esto es, utilizó un nuevo descubrimiento que acababa de hacer en la cosmología relativista de Einstein para mostrar que el “tiempo einsteniano” no sólo no captura, sino que no puede capturar, el concepto intuitivo de tiempo. Y empleó la conclusión que extrajo de este argumento, esto es, la idealidad del tiempo, para confirmar y refutar simultáneamente a Kant, derivando conclusiones kantianas sobre la idealidad del tiempo a través de premisas einstenianas (“realistas”, no-kantianas).

El primer movimiento de Gödel fue distinguir el concepto intuitivo, pre-relativista, informal, del tiempo en tanto que indicado por la variable “*t*” en la teoría de la relatividad. Advirtió que la característica más sobresaliente del tiempo intuitivo es su cualidad de ser algo que “fluye” o “pasa”, una (o quizás, la) característica que distingue tiempo de espacio. Y observó que lo que fluye o pasa es el momento presente, o el “ahora”. Además, puesto que ser ahora, estar en el presente es, para los seres temporales, existir, se sigue que el flujo del tiempo constituye el paso de la existencia, el avance de la realidad, momento a momento. Gödel subrayó, además, el hecho de que la existencia, como tal, no es algo relativo. Puede hacer un día soleado en París, mientras llueve en Nueva York. Pero si De Gaulle existe, existe, y no simplemente de un modo relativo a París o Nueva York. Se sigue inmediatamente que sólo puede existir un único momento universal que constituya el presente. Si esto no fuera el caso, entonces puesto que, como hemos visto, para los seres temporales, ser es ser en el presente, cada presente determinaría una clase diferente de seres que existen, y la existencia resultaría ser, después de todo, relativa a un marco de referencia o punto de vista.

Fue aquí donde Gödel realizó el siguiente y decisivo movimiento. Observó que son precisamente estas características del tiempo las que son excluidas por la Teoría Especial de la Relatividad, excluidas, específicamente, por el principio de la relatividad de la simultaneidad. Ya que si, como Einstein mantuvo, la simultaneidad es relativa a un marco inercial, entonces desde el momento en que en esta teoría no se singulariza ningún marco en tanto que marco único o privilegiado —siendo la negación de un marco de reposo absoluto, el llamado “éter”, una de las más destacadas características de la relatividad especial— se sigue que, si (un gran “si”, que uno no debería suponer que Gödel hubiese aceptado incondicionalmente) Einstein está en lo cierto, no hay tal cosa como un “ahora” universal único, absoluto. Por tanto, no hay un “flujo” del “ahora”, el tiempo no pasa. Pero para Gödel un tiempo que no pasa no es *tiempo* en absoluto. Es, más bien, otro tipo de *espacio*. Lo que es conocido como espacio-tiempo tetradimensional Einstein-Minkowski —o dicho de un modo más preciso, lo que se considera que es el componente temporal del espacio-tiempo—, no es entonces realmente *un nuevo tipo de tiempo*, sino más bien *un nuevo tipo de espacio*. En el universo de Einstein,

por tanto, de acuerdo con Gödel, el tiempo, en cualquier sentido digno de tal nombre, no es real, sino “ideal” —como Kant había mantenido— una mera apariencia o ilusión. (La relación exacta entre el idealismo temporal de Kant y el de Gödel es realmente bastante sutil. [Ver Yourgrau (1999), pp.115-22].

Éste sería el fin de la historia si no fuera por el hecho de que la relatividad especial, como su nombre indica, se ocupa sólo de un campo limitado de fenómenos, el movimiento rectilíneo no acelerado. Para completar el cuadro, lo que se necesita es una teoría de la relatividad general que comprenda todos los tipos de movimiento, en particular el movimiento acelerado debido a la gravedad. Y esto es exactamente lo que se logra con la Teoría General de la Relatividad de Einstein. Pero en esta teoría general ya no hay una equivalencia estricta entre todos los marcos inerciales o de referencia, desde el momento en que la propia estructura del espacio-tiempo se ve afectada por la materia en movimiento. Como señaló Gödel, “[...] la existencia de materia, así como el tipo particular de curvatura de espacio-tiempo producida por ella, destruye ampliamente la equivalencia entre diferentes observadores” [Gödel (1949a), p. 203]. En concreto, “distingue a alguno de ellos [...] a saber, aquellos que siguen en su movimiento el movimiento medio de la materia” [Gödel (1949a), pp. 203-4]. Y el tiempo local de estos observadores privilegiados puede considerarse “el ‘verdadero’, el que transcurre objetivamente” [Gödel (1949a), pp. 203-4]. Los físicos denominan a esta nueva noción “tiempo cósmico”, y algunos, incluyendo a James Jeans [Jeans (1936)], afirmaron, sobre esta base, que el tiempo en el sentido intuitivo resurge en la relatividad general.

Para refutar a Jeans, Gödel diseñó un modo de emplear la teoría del propio Einstein contra ella misma. Descubrió nuevas soluciones cosmológicas para las ecuaciones de campo de la relatividad general, los llamados universos rotatorios o universos de Gödel, donde se podía demostrar que incluso el *simulacro* del concepto intuitivo de tiempo, conocido como tiempo cósmico, no podía ser definido. En buena medida, señaló que en el universo no-expansivo de Gödel existen líneas de mundo cerradas de tipo temporal. Un viaje por tales caminos podría ser definido de la mejor manera como *viaje a través del tiempo*. Gödel interpretó esto como si fuera una demostración adicional de que cualquier vestigio del tiempo en cualquier sentido que esté cercano al intuitivo desaparece de tal universo ya que, si podemos regresar a un tiempo en el pasado, *el pasado nunca “ha pasado” realmente*. Sin embargo como ya hemos visto, para Gödel, un tiempo que no pasa no es tiempo en absoluto.

¿Significa esto que Gödel consiguió verificar con éxito la teoría filosófica del idealismo temporal de Kant derivándola, de un modo retorcido, de las ecuaciones de campo de la ciencia empírica de la relatividad? Todavía no. Pues esta demostración se aplica sólo directamente al universo de Gödel. Esto, por supuesto, le impulsa a uno a preguntarse si el nuestro es un universo

de este tipo. Claramente, el modelo de universo no-expansivo no es de recibo, si se acepta el modelo recibido del nuestro como expansivo. Esto deja aún abierta la pregunta de si el nuestro es un universo rotatorio expansivo, en el sentido de Gödel. Tanto la confirmación como la refutación de esta tesis resulta, sin embargo, bastante difícil, pero hasta la fecha la evidencia no parece estar a favor de la rotación universal. ¿Significa eso que el argumento de Gödel a favor del idealismo temporal fracasa al aplicarse al mundo real? No. A Gödel le queda un movimiento, llamado “modal”, de la posibilidad a la realidad. Pues Gödel razonó que si el tiempo es ideal en un universo posible de Gödel, debería también ser irreal en el nuestro. ¿Por qué creía esto?

Gödel razonó como sigue. ¿Qué es, después de todo, lo que distingue un universo de Gödel del nuestro (suponiendo que el nuestro no es de ese tipo)? Nada, excepto la distribución universal de materia y movimiento. Nuestro mundo comparte con el universo de Gödel las leyes fundamentales de la naturaleza. En particular, ambos mundos están gobernados por las leyes de la relatividad general. Fenomenológicamente, además, no hay razón para creer que las criaturas sintientes no experimentarían en el mundo de Gödel (lo que parece ser) el paso del tiempo exactamente como lo hacemos nosotros. Se sigue, según Gödel —no de un modo lógicamente estricto, sino razonablemente intuitivo— que no puede ser que un fenómeno tan fundamental como el tiempo exista en uno de esos mundos pero no en el otro. Pero ya que se puede demostrar que el tiempo no existe en el universo de Gödel, entonces tampoco existe en el nuestro. Dicho de otro modo; epistemológicamente hablando, dado todo lo que una persona media sabe, tal persona está viviendo en el universo de Gödel. La evidencia de que el nuestro no es un universo tal es, después de todo, epistemológicamente remota y extremadamente recóndita (según, por ejemplo, sutiles observaciones obtenidas por telescopios de largo alcance y extensos cálculos computacionales). Intuitivamente, sin embargo, no puede ser que si yo realmente tomé huevos ayer para desayunar, o si, por el contrario, esto es una ilusión —puesto que todas mis acciones están “congeladas” de una vez por todas en el espacio de espacio-tiempo— dependa los últimos informes de los telescopios de alta resolución y los grandes ordenadores. Dicho de un modo más simple, si el mundo real —aquel donde parece que recuerdo haber tomado ayer huevos para el desayuno y en el que sé que ya he visitado París— pudiera resultar ser, dado todo lo que conozco, un mundo sin tiempo, entonces simplemente no hay una cosa tal que sea un universo temporal.

La única pregunta que queda es la siguiente: ¿estaba Gödel en lo cierto? Éste no es el lugar para una valoración de este tipo. Uno puede, sin embargo, tomar en cuenta lo siguiente. No es obvio que Gödel haya acertado, mas es igualmente cierto que no es obvio que esté equivocado. La cuestión exige atención. No puede despacharse con un mero ademán. Lo que está fuera de duda es que Gödel ha ofrecido una defensa del idealismo temporal valiente,



ingeniosa y por competo novedosa, un logro de una profunda significación filosófica en sí mismo. Con todo, sorprendentemente, durante casi medio siglo, aunque los astrofísicos advirtieron el impacto de sus soluciones en la relatividad general [Ellis (1996) y Hawking (1992)], ni físicos ni filósofos albergaron de un modo serio el pensamiento de que Gödel podría haber acertado por lo que respecta a la realidad del tiempo. Hoy, sin embargo, hay un vivo debate sobre la validez del argumento de Gödel. (Véase Earman (1995) y Yourgrau (2005) para tomar en cuenta las dos posiciones enfrentadas en este debate). De modo más general, la estatura de Gödel como filósofo está comenzando a recibir la atención que merece y ahora se aprecia la significación de su giro hacia el filósofo Edmund Husserl para profundizar su estudio del tiempo intuitivo. Sin embargo, hay una persona que hace más de medio siglo no necesitaba que nadie le instara a reconocer la importancia de los escritos de Gödel sobre la relatividad. Un amigo de Gödel en el Instituto, Oskar Morgenstern, ha contado que Einstein le dijo que las contribuciones de Gödel a la Teoría de la Relatividad eran las más importantes desde la aparición de la Teoría [Moore (1990), p. 356]. No es posible hacer una alabanza mayor de la “excursión” de Gödel por la relatividad.

*Department of Philosophy*

*Brandeis University*

*Rabb 303 / MS 055 415 South Street Waltham, MA 02454, USA*

*E-mail: yourgrau@brandeis.edu*

#### NOTAS

\* Esta introducción, originalmente redactada en inglés, fue escrita por el profesor PALLE YOURGRAU a petición de la revista **teorema**. Palle Yourgrau es autor, entre otras obras de *A World Without Time: The Forgotten Legacy of Gödel and Einstein*, Nueva York, Basic Books, 2005, cuya traducción castellana en la editorial Tusquets de Barcelona aparecerá en breve. Nuestro más sincero agradecimiento al profesor Yourgrau por aceptar este encargo. La traducción castellana de este texto se debe a VÍCTOR M. SANTAMARÍA NAVARRO

#### REFERENCIAS

- EARMAN, J. (1995), “Appendix: Gödel on the Ideality of Time”, en *Bangs, Crunches, Whimpers and Shrieks*. Nueva York, Oxford University Press, pp. 194-200.
- ELLIS, G. F. R. (1996), “Contributions of K. Gödel to Relativity and Cosmology”, en Petr Hajek (ed), pp. 34-49.
- GÖDEL, K. (1949a), “A Remark about the Relationship between Relativity Theory and Idealistic Philosophy”, en *Collected Works*, Vol. II, 1990, pp. 202-207.

- (1949b), “Some Observations about the Relationship between Theory of Relativity and Kantian Philosophy”, en *Collected Works*, Vol. III, 1995, pp. 230-59.
- (1986-2003), *Collected Works*, Vol. I – V, Solomon Feferman et al. (eds.), Nueva York, Oxford University Press.
- HAJEK, P. (ed.) (1996), *Gödel '96: Logical Foundations of Mathematics, Computer Science and Physics – Kurt Gödel's Legacy*, Berlin, Springer-Verlag.
- HAWKING, S. (1992), “Chronology Protection Conjecture”, *Physical Review*, **D46**, pp. 603-11.
- JEANS, J. (1936), “Man and the Universe”, *Scientific Progress* (Sir Halley Stewart Lecture 1935), James Jeans et al. (eds.), pp. 11-38.
- MOORE, G. (1990), “Kurt Gödel”, Leason Heberling Adams y Fritz H. Laves, (eds.), *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. 17, Supplement II, Nueva York, Charles Scribner's Sons, pp. 348-357.
- SCHILPP, P. A. (ed.) (1949), *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, La Salle, IL, Open Court.
- TAKEUTI, G. (2003), *Memoirs of a Proof Theorist: Gödel and Other Logicians*. Nueva Jersey, World Scientific Publishing Co.
- WANG, H. (1987), *Reflections on Kurt Gödel*. Cambridge, MA, The MIT Press.
- (1996), *A Logical Journey*. Cambridge, MA, The MIT Press.
- YOURGRAU, P. (1996), “Kurt Gödel”, Donald Borchert, (ed.), *Encyclopedia of Philosophy: Supplement*, Nueva York, Macmillan Reference USA, Simon & Schuster Macmillan, pp. 220-22.
- (1999), *Gödel Meets Einstein: Time Travel in the Gödel Universe*, Chicago, Open Court.
- (2005), *A World Without Time: The Forgotten Legacy of Gödel and Einstein*. Nueva York, Basic Books.

## **Una observación sobre la relación entre la teoría de la relatividad y la filosofía idealista**

Kurt Gödel

Uno de los aspectos más interesantes de la teoría de la relatividad para aquel que esté interesado por la filosofía consiste en el hecho de que ésta ofreció nuevas y muy sorprendentes apreciaciones sobre la naturaleza del tiempo, ese ente misterioso y aparentemente autocontradictorio<sup>1</sup> que, por otro lado, parece formar la base de la existencia del mundo y de nosotros mismos. El auténtico punto de partida de la teoría de la relatividad especial consiste en el descubrimiento de una nueva y muy asombrosa propiedad del tiempo, a saber, la relatividad de la simultaneidad que, en gran medida, implica<sup>2</sup> la relatividad de la sucesión. La afirmación de que los sucesos *A* y *B* son simultáneos (y, para una amplia clases de pares de sucesos, también la afirmación de que *A* ocurrió antes que *B*) pierde su significado objetivo en la medida en que otro observador, con la misma pretensión de estar en lo correcto, puede afirmar que *A* y *B* no son simultáneos (o que *B* ocurrió antes que *A*).

Siguiendo las consecuencias de este extraño estado de cosas uno se ve conducido a conclusiones sobre la naturaleza del tiempo que tienen ciertamente gran alcance. Dicho brevemente, parece que uno obtiene una prueba inequívoca de la concepción de aquellos filósofos que, como Parménides, Kant y los idealistas modernos, niegan la objetividad del cambio y consideran el cambio como una ilusión o apariencia debido a nuestro especial modo de percepción.<sup>3</sup> El argumento reza como sigue: el cambio se hace posible sólo a través del transcurso del tiempo. La existencia de un transcurso objetivo del tiempo<sup>4</sup> supone, sin embargo, (o, al menos, es equivalente al hecho de) que la realidad consiste en una infinidad de capas de “ahora” que sucesivamente adquieren existencia. Pero si la simultaneidad es algo relativo en el sentido recientemente explicado, la realidad no puede dividirse en tales capas de un modo objetivamente determinado. Cada observador tiene su propio conjunto de “ahoras”, y ninguno de esos varios sistemas de capas puede arrogarse la prerrogativa de representar el transcurso objetivo de tiempo.<sup>5</sup>

Esta inferencia ha sido señalada por algunos (aunque sorprendentemente pocos) autores filosóficos, pero no ha faltado quien le haya hecho frente. Y realmente, se le puede objetar al argumento —en la forma en que se le acaba de presentar— que la completa equivalencia de todos los observadores mo-

viéndose con diferentes velocidades (pero uniformes), que es el punto esencial, persiste sólo en el esquema de espacio-tiempo abstracto de la teoría de la relatividad especial y en algunos mundos vacíos de la teoría de la relatividad general. Sin embargo, la existencia de materia, así como el tipo particular de curvatura del espacio-tiempo producida por ella, destruyen en gran parte la equivalencia entre distintos observadores<sup>6</sup> y distinguen conspicuamente a algunos de ellos del resto, a saber, aquellos que siguen en su noción el movimiento medio de la materia.<sup>7</sup> Ahora bien, en todas las soluciones cosmológicas a las ecuaciones gravitacionales (esto es, en todos los universos posibles) conocidas hasta el presente, los tiempo locales de todos *estos* observadores encajan en un único tiempo universal, así que aparentemente resulta posible considerar este tiempo como el “verdadero”, el que transcurre objetivamente, mientras puede concebirse que las discrepancias en los resultados de las mediciones de otros observadores de este tiempo se deben a la influencia que tiene un movimiento relativo al estado medio de movimiento de la materia sobre los procesos de medición y los procesos físicos en general.

A partir de esta situación, a la vista del hecho de que algunas de las soluciones cosmológicas conocidas parecen representar nuestro mundo correctamente, James Jeans ha concluido<sup>8</sup> que no hay razón alguna para abandonar la idea intuitiva de un tiempo absoluto que transcurre objetivamente. No creo que la situación justifique esta conclusión y baso mi opinión principalmente<sup>9</sup> en los siguientes hechos y consideraciones:

Existen soluciones cosmológicas de género<sup>10</sup> distinto de las conocidas hasta ahora para las que no es aplicable el procedimiento antes mencionado de definir un tiempo absoluto porque los tiempos locales de los observadores especiales usados anteriormente no pueden hacerse encajar dentro de un único tiempo universal. Ni puede existir a este respecto ningún otro procedimiento que lograra este propósito, esto es, estos mundos poseen tales propiedades de simetría que, para cada posible concepto de simultaneidad y sucesión, existen otros mundos que no pueden distinguirse de él mediante ninguna propiedad intrínseca, sino sólo por referencia a objetos individuales, como, por ejemplo, un sistema galáctico particular.

En consecuencia, la inferencia extraída anteriormente como la no-objetividad del cambio se aplica, sin duda, al menos en estos mundos. Resulta además que las condiciones temporales de estos universos (al menos de aquellos a los que se hace referencia al final de la nota 10) muestran otras características sorprendentes que fortalecen aun más la concepción idealista. A saber, haciendo un viaje de ida y vuelta en cohete trazando una curva suficientemente amplia, es posible viajar en estos mundos a cualquier región del pasado, presente y futuro, y volver de nuevo, exactamente como es posible viajar en otros muchos a partes distantes del espacio.

Este estado de cosas parece implicar un absurdo. Pues le permite a uno, por ejemplo, viajar al pasado reciente de aquellos lugares donde él mismo ha

vivido. Allí encontraría a una persona que sería uno mismo en algún periodo anterior de su vida. Ahora bien, en tal caso él podría hacerle algo a esa persona que, por sus recuerdos, sabe que no le había sucedido. Sin embargo, éstas y similares contradicciones presuponen, para demostrar la imposibilidad de los mundos en consideración, que viajar al propio pasado sea realmente factible. Pero las velocidades que serían necesarias para completar tal viaje en una extensión razonable de tiempo<sup>11</sup> superan en mucho todo aquello que pueda esperarse que llegue a ser una posibilidad práctica. Por lo tanto, no puede excluirse *a priori*, sobre la base del argumento ofrecido, que la estructura espacio-tiempo del mundo real sea del tipo descrito.

Por lo que toca a las conclusiones que podrían sacarse a partir del estado de cosas explicado con respecto a la cuestión que se considera en este artículo, el punto decisivo es éste: que para *toda* definición posible de un tiempo universal uno podría viajar a regiones de ese universo que de acuerdo con esa definición<sup>12</sup> están en el pasado. Esto muestra de nuevo que en esos mundos suponer que el tiempo transcurre de manera objetiva perdería toda justificación. Pues, sea cual sea el modo en que uno pueda suponer que el tiempo transcurre, siempre existirán posibles observadores cuyo transcurso del tiempo experimentado no se corresponda con transcurso objetivo alguno (en particular también, posibles observadores cuya completa existencia sería objetivamente simultánea). Pero si la experiencia del transcurso del tiempo puede existir sin que el tiempo transcurra objetivamente, no puede darse en absoluto ninguna razón de por qué debería admitirse que el tiempo transcurre objetivamente.

Puede, sin embargo, preguntarse: ¿De qué sirve que tales condiciones prevalezcan en ciertos mundos *posibles*? ¿Significa esto algo para la cuestión que nos interesa acerca de si en *nuestro* mundo el tiempo transcurre de forma objetiva? Creo que sí. Pues, (1) nuestro mundo, es cierto, difícilmente puede ser representado mediante el género particular de soluciones de rotación a las que nos referíamos anteriormente (porque estas soluciones son estáticas y, además, no muestran corrimiento al rojo para los objetos distantes); existen también, sin embargo, soluciones de rotación *expansivas*. En tales universos también podría no existir un tiempo absoluto,<sup>13</sup> y no es imposible que nuestro mundo sea un universo de este género. (2) La mera compatibilidad con las leyes de la naturaleza<sup>14</sup> de los mundos en los que no hay un tiempo absoluto distinguido y, por tanto, no puede existir transcurso objetivo alguno del tiempo, arroja algo de luz sobre el significado del tiempo también en aquellos mundos en los que *puede* definirse un tiempo absoluto. Pues si alguien afirma que ese tiempo absoluto está transcurriendo, acepta como consecuencia que, el que se dé o no transcurso objetivo del tiempo (esto es, que exista o no un tiempo en el sentido ordinario de la palabra) depende del modo particular en que la materia y su movimiento están dispuestos en el mundo. Esto no es una

contradicción directa; no obstante, una concepción filosófica que conduzca a tales consecuencias difícilmente puede considerarse satisfactoria.

#### NOTAS

<sup>1</sup> Véase, por ejemplo, J. M. E. McTaggart, “The Unreality of Time”, en *Mind*, 17, 1908.

<sup>2</sup> Al menos si se requiere que dos sucesos puntuales cualesquiera sean simultáneos o bien que uno suceda al otro, esto es, que la sucesión temporal defina una ordenación lineal completa de todos los sucesos puntuales. Existe una ordenación parcial absoluta.

<sup>3</sup> Kant (en la *Crítica de la Razón Pura*, 2.<sup>a</sup> ed. 1787, p. 54) expresa esta idea en las siguientes palabras: “aquellas afecciones que nos representamos como cambios darían lugar, en seres con otras formas de cognición, a una percepción en la que la idea de tiempo, y por tanto también la de cambio, no ocurriría en absoluto”. Esta formulación concuerda tan bien con la situación subyacente en la teoría de la relatividad, que uno casi se siente tentado a añadir: como, por ejemplo, una percepción de la inclinación relativa que tienen las líneas del universo de la materia en el espacio de Minkowski.

<sup>4</sup> Uno puede adoptar el punto de vista de que la idea de un transcurso objetivo del tiempo (cuya esencia es que sólo existe realmente el presente) carece de significado. Pero esto no es una salida al dilema; pues en virtud de esta misma opinión, uno debería abrazar ya el punto de vista idealista respecto de la idea de cambio, exactamente del mismo modo que lo hacen aquellos filósofos que la consideran autocontradictoria. Pues en ambas concepciones se niega que el transcurso objetivo del tiempo sea un estado de cosas posible, y *a fortiori* que exista en la realidad, y hay poca diferencia en este contexto si nuestra idea de tal transcurso se considera como carente de significado o autocontradictoria. Por supuesto, para aquellos que adoptan cualquiera de estas concepciones el argumento a partir de la teoría de la relatividad que se ofrece a continuación es innecesario, pero incluso para ellos debería ser interesante que quizás exista una segunda demostración de la irrealidad del cambio basada enteramente en razones diferentes, especialmente a la vista del hecho de que la afirmación que ha de ser demostrada va completamente en contra del sentido común. Una discusión particularmente clara del tema independiente de la teoría de la relatividad puede encontrarse en: Paul Mongré, *Das Chaos in kosmischer Auslese*, 1898.

<sup>5</sup> Puede objetarse que este argumento muestra únicamente que el transcurso de tiempo es algo relativo, lo cual no excluye que sea algo objetivo; en cambio los idealistas mantienen que es algo meramente imaginado. Sin embargo, un transcurso del tiempo relativo, si puede dársele algún significado a esta expresión, sería ciertamente algo enteramente diferente del transcurso del tiempo en su sentido ordinario, que significa un cambio en lo existente. El concepto de existencia, sin embargo, no puede relativizarse sin destruir completamente su significado. Podría objetarse además que el argumento bajo consideración únicamente muestra que el tiempo transcurre de diferentes modos para distintos observadores, mientras el transcurso de tiempo en sí mismo puede ser, sin embargo, una propiedad intrínseca (absoluta) del tiempo o de la realidad. Con todo, un transcurrir de tiempo que no sea de algún modo un transcurrir determinado me parece tan absurdo como un objeto coloreado que no tenga colores determinados. Pero incluso si tal cosa fuese concebible, sería de nuevo algo totalmen-

te diferente de la idea intuitiva del transcurso del tiempo a la que se refiere la afirmación idealista.

<sup>6</sup> Por supuesto, de acuerdo con la teoría de la relatividad todos los observadores son equivalentes en la medida en que las leyes de movimiento y de interacción de materia y campo son las mismas para todos ellos. Pero esto no excluye que la estructura del mundo (esto es, la disposición real de materia, movimiento y campo) pueda ofrecer aspectos bastante diferentes a distintos observadores, y que pueda ofrecer un aspecto más “natural” a alguno de ellos y otro más distorsionado al resto. Por cierto, el observador no juega ningún papel en estas consideraciones. El principal punto es, por supuesto, que el mundo tiene en sí mismo ciertas direcciones distinguidas que definen directamente ciertos tiempos locales distinguidos.

<sup>7</sup> El valor del movimiento medio de la materia puede depender esencialmente del tamaño de las regiones a partir de las que se hace la media. Lo que podemos llamar el “movimiento medio verdadero” se obtiene tomando regiones tan extensas que, un posterior incremento en su tamaño no cambiaría esencialmente el valor obtenido. En nuestro mundo esto es el caso para regiones que incluyen muchos sistemas galácticos. Por supuesto, no tiene porqué existir necesariamente un movimiento medio verdadero en este sentido.

<sup>8</sup> Véase *Man and the Universe*, Sir Halley Steward Lecture (1935), pp. 22-23.

<sup>9</sup> Otra circunstancia que invalida el argumento de Jean es que el procedimiento descrito anteriormente ofrece únicamente una definición aproximada de un tiempo absoluto. No hay duda de que es posible refinar el procedimiento hasta obtener una definición precisa, pero quizás sólo a costa de introducir elementos más o menos arbitrarios (como, por ejemplo, el tamaño de las regiones o la función peso que ha de ser utilizada en el cálculo del movimiento medio de la materia). Es dudoso que exista una definición precisa que tenga méritos tan grandes que hubiese una razón suficiente para considerar exactamente el tiempo así obtenido como el verdadero.

<sup>10</sup> La propiedad física más notable que distingue estas soluciones de las que se conocen hasta el presente es que en ellas la brújula de inercia rota en todo punto relativamente a la materia, lo que en nuestro mundo significaría que rota relativamente a la totalidad de los sistemas galácticos. Estos mundos pueden, por tanto, ser adecuadamente denominados “universos rotatorios”. En las consideraciones subsiguientes, tengo en mente un tipo particular de universos rotatorios que tienen las propiedades adicionales de ser estáticos y espacialmente homogéneos, y de tener una constante cosmológica  $< 0$ . Para la representación matemática de estas soluciones, véase mi próximo artículo en *Rev. Mod. Phys.* [“An Example of a New Type of Cosmological Solutions of Einstein’s Field Equations of Gravitation, *Reviews of Modern Physics*”, vol. 21, nr. 3, 1949, pp. 447-450 (N. del T.).]

<sup>11</sup> Basando el cálculo en una densidad media de materia igual a la observada en nuestro mundo, y suponiendo que fuéramos capaces de transformar la materia en energía completamente, el peso del “combustible” del cohete, para completar el viaje en  $t$  años (medidos por el viajero), habría de ser el orden de magnitud de  $\frac{10^{22}}{t^2}$  veces el

peso de la nave (si la parada, asimismo, es efectuada por retroceso). Esta estimación se aplica a  $t \ll 10^9$ . Independientemente del valor de  $t$ , la velocidad de la nave debería ser al menos  $1 / \sqrt{2}$  de la velocidad de la luz.

<sup>12</sup> Para este propósito serían suficientes velocidades incomparablemente menores. Bajo las suposiciones realizadas en la nota 11, el peso del combustible habría de ser como mucho del mismo orden de magnitud que el peso de la nave.

<sup>13</sup> Al menos si esto exige que las experiencias sucesivas de un observador no deberían ser nunca simultáneas en el tiempo absoluto o (lo que es equivalente) que el tiempo absoluto debería concordar en dirección con los tiempos de todos los observadores posibles. Sin este requisito siempre existe un tiempo absoluto en un mundo en expansión (y homogéneo). Siempre que hablo de un tiempo “absoluto” ha de entenderse, por supuesto, de acuerdo con la restricción explicada en la nota 9, que también se aplica a otras definiciones posibles de un tiempo absoluto.

<sup>14</sup> La solución considerada anteriormente únicamente prueba la compatibilidad con la forma general de las ecuaciones de campo en las que se deja abierto el valor de la constante cosmológica; este valor, sin embargo, que en el presente no se conoce con certeza, forma parte evidentemente de las leyes de la naturaleza. Pero otras soluciones rotatorias podrían hacer el resultado independiente del valor de la constante cosmológica (o más bien de su desaparición o no-desaparición y de su signo, ya que su valor numérico no tiene consecuencia alguna para este problema). En cualquier caso, en primer lugar habría que responder desfavorablemente a estas preguntas, antes de que uno pueda pensar en extraer una conclusión como la de Jean mencionada anteriormente. *Nota añadida el 2 de Septiembre de 1949*: después de escribir lo anterior he hallado que, para cualquier valor de la constante cosmológica, existen soluciones en las que no hay un tiempo universal que satisfaga el requisito de la nota 13. *K.G.*

INSTITUT FOR ADVANCED STUDY  
PRINCETON, NEW JERSEY

@ Open Court Publishing Company. **teorema** agradece a Open Court su amable permiso para publicar este texto que, originalmente, apareció en inglés. La traducción ha sido llevada a cabo por VÍCTOR M. SANTAMARÍA NAVARRO.



## Respuesta a Kurt Gödel

Albert Einstein

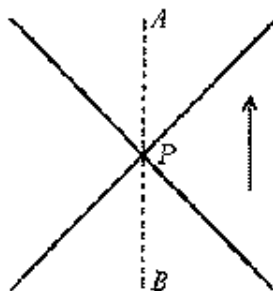
El ensayo de Kurt Gödel constituye, en mi opinión, una contribución importante a la teoría general de la relatividad, especialmente al análisis del concepto de tiempo. El problema involucrado aquí me preocupó ya desde el momento de la construcción de la teoría general de la relatividad sin que haya tenido éxito en clarificarlo. Dejando completamente a un lado la relación entre la teoría de la relatividad y la filosofía idealista o cualquier otra formulación filosófica de las cuestiones, el problema se presenta como sigue:

Si  $P$  es un punto del universo, le pertenece un “cono de luz” ( $ds^2 = 0$ ). Trazamos una línea del universo “tipo temporal” a través de  $P$  y en esta línea observamos los puntos del universo  $B$  y  $A$  cercanos, separados por  $P$ . ¿Tiene algún sentido proveer a la línea del universo de una flecha y afirmar que  $B$  es anterior a  $P$  y  $A$  posterior a  $P$ ? ¿Lo que queda de la conexión temporal entre los puntos del universo en la teoría de la relatividad es una relación asimétrica, o estaríamos también justificados, desde el punto de vista físico, para indicar la flecha en la dirección opuesta y afirmar que  $A$  es antes de  $P$  y  $B$ , después de  $P$ ?

En el primer caso la alternativa se decide negativamente si tenemos justificación para decir: si es posible enviar (telegrafiar) una señal de  $B$  a  $A$  (que pase también por las cercanías de  $P$ ), pero no de  $A$  a  $B$ , entonces está

asegurado el carácter unidireccional (asimétrico) del tiempo, esto es, no existe libre elección en la dirección de la flecha. Lo que es esencial en esto es el hecho de que enviar una señal es, en el sentido de la termodinámica, es un proceso irreversible, un proceso que está conectado con el aumento de la entropía (mientras que, de acuerdo con nuestro conocimiento actual, todos los procesos elementales son reversibles).

Si, por tanto,  $B$  y  $A$  son dos puntos del universo lo suficientemente cercanos como para poder ser conectados por una línea de tipo temporal, entonces la afirmación: “ $B$  es anterior a  $A$ ”, tiene sentido físico. ¿Pero tiene esta afirmación aun sentido si los puntos que han de ser conectados por la línea de tipo temporal están arbitrariamente separados el uno del otro por una gran



distancia? Ciertamente no, si existen series de puntos conectables por la línea de tipo temporal de tal modo que cada punto precede temporalmente al precedente, y *si la serie está cerrada en sí misma*. En ese caso, se abandona la distinción “anterior-posterior” por puntos del universo que se sitúan muy alejados en un sentido cosmológico, y surgen esas paradojas respecto a la *dirección* de la conexión causal de las que ha hablado el señor Gödel.

Tales soluciones cosmológicas a las ecuaciones de gravitación (con no desaparición de la constante- $\Lambda$ ) han sido halladas por el señor Gödel. Será interesante sopesar si no deberían de ser excluidas por razones físicas.

INSTITUTE OF ADVANCED STUDIES  
PRINCETON, NEW JERSEY

@ Open Court Publishing Company. **teorema** agradece a Open Court su amable permiso para publicar este texto que, originalmente, apareció en inglés. La traducción ha sido llevada a cabo por VÍCTOR M. SANTAMARÍA NAVARRO.