# Gestión de recursos humanos basada en la lógica borrosa

Lourdes Canós Darós

Departamento de Organización de Empresas, Economía Financiera y Contabilidad

Universidad Politécnica de Valencia

Escuela Politécnica Superior de Gandía. Carretera Nazaret-Oliva, s/n. 46730-Grau de Gandía (Valencia)

e-mail: loucada@omp.upv.es

**RESUMEN**

El uso de la programación matemática en la gestión de personal debe proporcionar alternativas suficientes para que refleje de forma fiel la empresa actual. Una forma de evitar la rigidez de los modelos clásicos es a través de la teoría de conjuntos borrosos propuesta por Zadeh en 1965. En este trabajo se muestran técnicas útiles en diferentes facetas de la gestión de recursos humanos. En primer lugar, abordamos el diseño de plantillas laborales óptimas ante cualquier cambio importante de la situación de la empresa en las que resulta necesario flexibilizar las exigencias. Describimos dos métodos, basados en números y/o restricciones borrosas, que proporcionan plantillas alternativas o permiten hacer viables situaciones que, con otro planteamiento, no tendrían solución. Seguidamente, presentamos varios métodos de selección de personal que emplean diferentes técnicas: la comparación con un candidato ideal, el uso de operadores OWA y modelos de agregación basados en la eficiencia. Todos estos métodos pueden utilizarse de forma independientemente, pero habitualmente suelen ser complementarios, como se muestra en un ejemplo ilustrativo.

**Palabras clave:** Gestión de recursos humanos, Selección de personal, Lógica borrosa, Programación flexible, Operadores OWA.

## 1. INTRODUCCIÓN

La gestión empresarial actual se caracteriza por un sistema de interacciones rápidas que hacen que las técnicas matemáticas deterministas puedan resultar insuficientes. De hecho, poder incorporar toda la información, incluso subjetiva, de expertos, puede resultar muy beneficioso. Por otro lado, en cualquier proceso de toma de decisiones, el modelo matemático empleado se verá afectado por los valores numéricos introducidos. Debemos ser conscientes de que la validez de los resultados puede depender de la asignación numérica a parámetros desconocidos, para los que sólo podemos tener en cuenta estimaciones o conjeturas. En el mejor de los casos es posible asignar distribuciones de probabilidad a algunos de ellos, pero en ocasiones incluso esto resulta artificial, pues no hay realmente ninguna base fundada para suponer que el parámetro en cuestión va a seguir una distribución concreta. Por esto se puede distinguir entre una incertidumbre estocástica, donde es posible un tratamiento probabilístico, y una incertidumbre borrosa, donde este tratamiento no está justificado (Zimmermann, 1996; Carlsson y Korhonen, 1986).

A pesar de que la incertidumbre estocástica, aplicable cuando se carece de información suficiente sobre el estado futuro del sistema, ha sido tratada de manera muy eficiente con la estadística y la teoría de la probabilidad, estas técnicas no siempre son aplicables en las áreas en las que el juicio humano, la evaluación y la decisión son determinantes, tal y como sucede en toda actividad empresarial (Zimmermann, 1996).

La teoría de conjuntos borrosos[1] es un instrumento eficaz y riguroso para abordar los problemas en los que la fuente de imprecisión es la ausencia de un criterio claramente definido. Ya las primeras publicaciones de Zadeh (1965) y Goguen (1967, 1969) muestran la intención de generalizar la noción clásica de conjunto y se ofrecen propuestas para adaptar la borrosidad. La característica principal de la teoría de conjuntos borrosos es que los enunciados referidos a los hechos no son o verdaderos o falsos exclusivamente, es decir, no es aplicable el principio del tercio excluso, según el

[1] Dependiendo de la fuente consultada se hace referencia a subconjuntos borrosos o conjuntos borrosos. Nosotros hemos preferido esta última porque es una traducción más directa de los términos “fuzzy sets” propuestos por Zadeh (1965) para referirse a este concepto.

cual una proposición puede ser verdadera o falsa pero nunca verdadera y falsa a la vez (Kaufmann y Gil Aluja, 1987).

En los últimos años se ha empezado a considerar a los recursos humanos como un recurso estratégico, por lo que una buena gestión persigue crear valor para la empresa, más que reducir costes (Alles, 2000). Por esto, los conocimientos y la experiencia ya no son, por si solos, elementos lo suficientemente diferenciadores para crear ventaja competitiva y añadir valor a la empresa, sino que también se debe tener en cuenta la motivación, el compromiso, la conducta, etc., de las personas. Se pretende obtener una perfecta adecuación entre el trabajador y el puesto de trabajo de manera que se logre un desempeño excelente y no meramente satisfactorio de las tareas y actividades. Y, por supuesto, que esta gestión *ad hoc* proporcione una ventaja con respecto a los competidores. La gestión de recursos humanos por competencias nos permite alcanzar este doble objetivo, ya que a los conocimientos y la experiencia se añaden otros atributos humanos, tanto objetivos como subjetivos, más amplios y complejos (Canós *et al.*, 2003).

Los trabajadores son considerados como una inversión, y no un gasto, que se rentabilizará fomentando la participación e integración. De ahí que la búsqueda de personas polivalentes y con una formación integral sea tan apreciada (CEOE, 2002). En este contexto, no sirve un sistema clásico de descripción de puestos, porque su excesiva rigidez no tiene en cuenta valoraciones cualitativas. Será necesario recurrir a procesos y lenguajes que favorezcan la flexibilidad (Pereda y Berrocal, 1999).

Diversos autores, entre los que destacan Spencer y Spencer (1993), han definido el término competencia como una característica subyacente de un individuo, que está causalmente relacionada con un rendimiento efectivo o superior en una situación o trabajo, definido en términos de un criterio. Boyatzis la define como un conjunto de patrones de conducta, que la persona debe llevar a un cargo para rendir eficientemente en sus tareas y funciones (Boyatzis, 1982). Basándonos en lo anterior, definimos competencia como un conjunto de patrones, compuestos de características subyacentes a la persona, que permiten al individuo alcanzar un rendimiento efectivo en una actividad (Canós *et al*., 2003). En definitiva, las competencias son los conocimientos, habilidades, actitudes, aptitudes, etc. que hacen que el desarrollo de ciertas tareas y actividades, así como el logro de determinados resultados, sean sobresalientes. A pesar de que las competencias son individuales (Gallego, 2001), deben compartirse para generar ventaja competitiva.

En este trabajo expondremos, en primer lugar, varios métodos de diseño de plantillas que permiten flexibilizar los modelos planteados en la empresa cuando esta pasa por una situación especial (fusiones, cambios en la legislación, etc.). Esta flexibilidad vendrá dada a través de números borrosos y/o de restricciones flexibles. En la siguiente sección mostraremos varios modos de poner en marcha el proceso de selección de personal: comparando con un candidato ideal, utilizando operadores OWA y a través de técnicas flexibles basadas en la eficiencia. Estos métodos se ilustrarán con un ejemplo. Finalizaremos con unas breves conclusiones y las referencias bibliográficas empleadas.

## 2. DISEÑO DE PLANTILLAS

Diseñar una plantilla que minimice los costes relativos de mano de obra (salarios, formación, etc.) es uno de los objetivos principales del departamento de recursos humanos. La empresa cuenta con varios condicionantes como son la legislación laboral, la contratación (reclutamiento, selección y socialización), la formación y la política de promoción y ascensos (Gómez-Mejía *et al*., 2001; Schindler y Semmel, 1993). En general, cuando se diseña la plantilla se supone que la situación se mantendrá estable a lo largo de un periodo de tiempo considerable. Sin embargo, es conocido que estas circunstancias pueden ser modificadas en el caso de que una empresa deba ajustarse a una nueva situación. Las razones de este cambio pueden ser *internas*, cuando los directivos deciden asignar a cada empleado al puesto de trabajo más adecuado; o *externas* a causa de una fusión, adquisición, una nueva legislación, etc. (Canós *et al*, 2002). En estas circunstancias debemos añadir un nuevo objetivo, que es la minimización de los costes de la nueva transacción. Entonces, tenemos que considerar algunos requerimientos adicionales: la movilidad interna tradicional no debe modificarse, la empresa debe tener el personal necesario, los cursos de formación relacionados con la promoción interna y los criterios de calidad, que deben ser igual o mejor que los actuales.

Nuestro estudio se centra en el diseño de plantillas cuyo modelo de gestión utiliza la programación matemática (Canós y Liern, 2003; León y Liern, 2001). En estos modelos, el punto de partida es un programa que cuenta con uno o varios objetivos a optimizar y un conjunto de restricciones que reflejan todo o parte de los requerimientos de la empresa. Si consideramos que la situación puede expresarse mediante un modelo de programación lineal con un único objetivo, ésta puede ser descrita utilizando el siguiente esquema general (Canós y Liern, 2003):

$$
\begin{array}{llll}
\textbf{(P)} & \textbf{Min} & c^T x & \text{(costes)} \\
 & \textbf{s. a} & A_1\, x \leq b_1 & \text{(promoción)} \\
 & & A_2\, x \geq b_2 & \text{(previsión de personal)} \\
 & & A_3\, x \leq b_3 & \text{(nuevas leyes)} \\
 & & A_4\, x \geq b_4 & \text{(formación)} \\
 & & A_5\, x \leq b_5 & \text{(criterios de calidad)} \\
 & & x \geq 0 &
\end{array}
$$

donde $\mathbf{c}, \mathbf{x} \in \Re^n$, $\mathbf{A_i}$ son matrices reales $k_i\, x\, n$ y los vectores $b_\mathbf{i}$ tienen $k_i$ componentes, $1 \leq i \leq 5$. Suele ser útil para la empresa que las restricciones se agrupen por políticas de recursos humanos, de ahí que hayamos usado diferentes matrices para las restricciones. Sin embargo, si no es necesario hacer esta distinción, expresamos el conjunto mediante la matriz A y los vectores $c \in \Re^n$ y $b \in \Re^k$ como sigue:

$$
\text{(P)}\ \ \text{Min}\ \{\, c^T x \ \ : \ \ A\, x \geq b,\ \ x \geq 0,\, x \in \Re^n \}.
$$

En la práctica, la construcción del modelo lineal que finalmente se tiene que resolver es un proceso iterativo en el que la realidad a modelizar se muestra con una precisión cada vez mayor. En este proceso consideramos que algunas estimaciones del modelo se obtienen utilizando datos que no siempre se han obtenido siguiendo un proceso riguroso. Por otra parte, el diseño de plantilla normalmente se realiza a largo plazo, por lo que se supone una estabilidad en los coeficientes del modelo que no siempre ha sido contrastada. Además, las variables económicas, sociales y tecnológicas del entorno turbulento de la empresa pueden condicionar la reestructuración de la plantilla. Estas variables son una fuente de incertidumbre que sin duda afecta al proceso de toma de decisiones (Bohlander *et al.*, 2003).

En este contexto, la teoría de conjuntos borrosos contiene elementos que son esenciales para nuestro objetivo: el manejo de datos imprecisos y la capacidad del modelizador o directivo para añadir cualquier información adicional que enriquezca el sistema. Además, un enfoque borroso de la situación ofrece una perspectiva mucho más amplia que permite considerar soluciones que con otra técnica podrían permanecer ocultas.

Antes de formular el problema de optimización borroso vamos a introducir la idea de conjunto borroso de decisión (Zimmermann, 1996):

**Definición:** Dado un problema P con *r* objetivos borrosos $\tilde{G}_1, \tilde{G}_2, \ldots, \tilde{G}_r$ y *k* restricciones borrosas $\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, \ldots, \tilde{C}_k$, consideramos sus funciones de pertenencia $\mu_{Gi}$, $\mu_{Rj}$, i=1, …, r; j=1, …, k. Definimos el conjunto factible borroso de P como

$$\tilde{D} = \{ (x, \mu_D(x)), \quad x \in \Re^n\},$$

donde $\mu_D(x) = \min \{ \mu_{G1}(x), \mu_{G2}(x), \ldots, \mu_{Gr}(x), \mu_{C1}(x), \mu_{C2}(x), \ldots, \mu_{Ck}(x), \quad x \in \Re^n\}$.

La solución con el nivel más alto de pertenencia no tiene porqué ser única, y se representa como $x_{max} := \arg(\max_x \min_{i,j} \{\mu_{Gi}(x), \mu_{Bj}(x)\})$ (ver Figura 1).

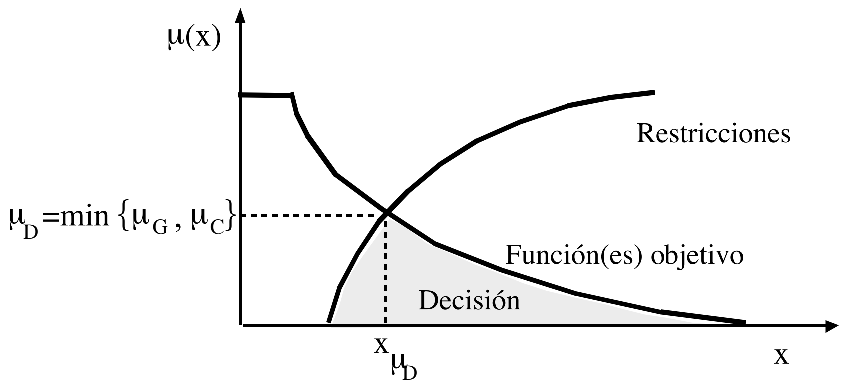


**Figura 1**: Conjunto borroso de decisión

Si el programa matemático es factible, obtenemos una solución óptima y contamos con una política para la empresa. Aún así, una modelización borrosa puede dar nuevas soluciones, inesperadas a priori, que ofrecerían políticas óptimas alternativas. Pero cuando estamos trabajando con situaciones de reestructuración, es usual que el programa resulte infactible. Esta infactibilidad se puede deber a errores cometidos en algún paso del proceso, pero a menudo no es así, sino que el modelo, a pesar de reflejar lo que el gestor pretendía, contiene restricciones que individualmente son razonables pero que globalmente son inconsistentes. En este caso será necesario encontrar las razones de la infactibilidad y, si es posible, modificar el modelo inicial de forma que sea viable. Proponemos dos enfoques para reformular (P) y alcanzar la viabilidad necesaria para tomar decisiones adecuadas.

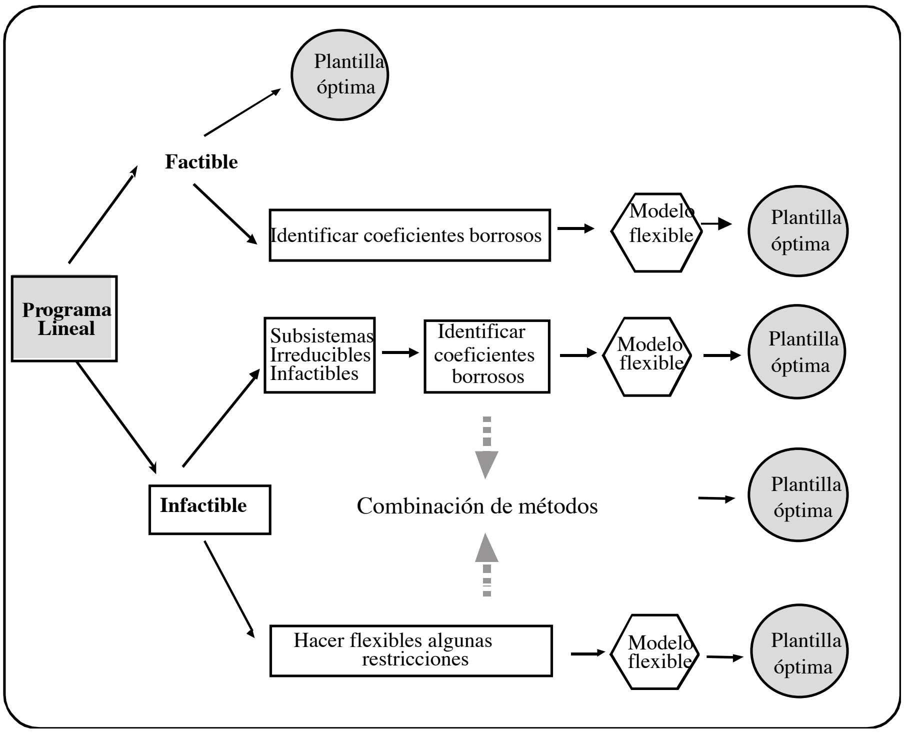


**Figura 2**: Tabla de alternativas

El primer método obtiene la viabilidad a partir de la estructura matemática del modelo, mientras que el segundo se basa en informaciones subjetivas. No obstante, estos métodos de toma de decisiones deben ser considerados como procesos complementarios y, de hecho, los mejores resultados se obtienen con la combinación de ambos (ver Figura 2).

### 2.1. Primer método: números borrosos

Consiste en transformar el programa (P) para que sea más flexible utilizando números borrosos, por lo que la viabilidad se obtiene admitiendo que algunos coeficientes pueden ser inciertos. Evidentemente, una tarea muy importante es determinar los coeficientes que pueden flexibilizarse y los que no, y ésta labor resulta más complicada cuando hay un gran número de restricciones. En este caso, León y Liern (1998) proponen obtener en primer lugar un subsistema irreducible infactible, que es un conjunto minimal de restricciones que no tienen una solución factible. Es decir, que modificando adecuadamente una restricción de este subsistema, el resultado del programa es factible y para seleccionar dicho subsistema proponemos el uso del paquete informático LINDO©. Si asumimos que, por el método que sea, los coeficientes flexibles han sido determinados, podemos reformular el modelo de la forma siguiente:

$$
\begin{array}{ll}
(PB) & \text{Min } c^T x \\
 & \text{s. a } \quad \tilde{A}\, x \geq \tilde{b} \\
 & x \geq 0
\end{array}
$$

En general, cuando no se dispone de más información, resulta adecuado expresar la flexibilidad de los coeficientes mediante intervalos, $a_{ij} \in [a^0_{ij}, a^1_{ij}]$, $b_j \in [b^0_j, b^1_j]$ construidos a partir de los valores que el decisor considera completamente satisfactorios, $a^1_{ij}$ y $b^1_j$, y los valores mínimos que estaría dispuesto a aceptar, $a^0_{ij}$ y $b^0_j$. Podemos definir funciones de pertenencia lineales a trozos como sigue (Canós y Liern, 2003; León y Liern, 1998):

$$
\mu_{a_{ij}}(a_{ij}) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad a_{ij} < a^0_{ij} \\ \dfrac{a_{ij} - a^0_{ij}}{a^1_{ij} - a^0_{ij}} & \text{si} \quad a^0_{ij} \leq a_{ij} \leq a^1_{ij} \\ 1 & \text{si} \quad a_{ij} > a^1_{ij} \end{cases}, \quad \mu_{b_j}(b_j) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad b_j < b^0_j \\ \dfrac{b_j - b^0_j}{b^1_j - b^0_j} & \text{si} \quad b^0_j \leq b_j \leq b^1_j \\ 1 & \text{si} \quad b_j > b^1_j \end{cases}
$$

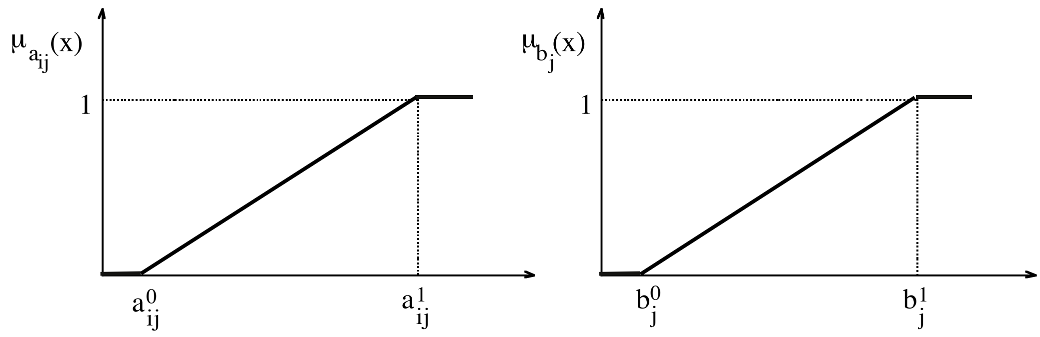


**Figura 3**: Funciones de pertenencia

Entonces, expresamos los coeficientes del modelo como

$$a_{ij} = a_{ij}^0 + \mu_{a_{ij}} (a_{ij}^1 - a_{ij}^0), \qquad b_j = b_j^0 + \mu_{b_j} (b_j^1 - b_j^0).$$

De acuerdo con Carlsson y Korhonen (1986), suponemos que no hay incertidumbre en los coeficientes de la función objetivo y que hay un equilibrio perfecto entre las funciones de pertenencia, en el sentido de que una solución que da un nivel de satisfacción para el coeficiente $b_i$, debe dar el mismo nivel de satisfacción que el resto de coeficientes. Consecuentemente, podemos hacer

$$\lambda := \mu_{a_{ij}} = \mu_{b_j},$$

y sustituyendo en (PB) obtenemos la solución borrosa mediante el siguiente problema rígido paramétrico:

$$\begin{array}{lll} (P_\lambda) & \text{Min} & c^T x \\ & \text{s. a} & A(\lambda)\, x \geq b(\lambda) \\ & & x \geq 0 \end{array}$$

donde la notación $A(\lambda)$ y $b(\lambda)$ indica que algunos coeficientes $a_{ij}$ y $b_j$ son sustituidos por

$$a_{ij} = a_{ij}^0 + \lambda(a_{ij}^1 - a_{ij}^0), \quad b_j = b_j^0 + \lambda(b_j^1 - b_j^0), \qquad \lambda \in [0, 1].$$

La solución puede obtenerse resolviendo el problema paramétrico, pero normalmente se recurre a resolver el modelo para diferentes valores de λ.

| $\lambda$ | x* | z* |
|---|---|---|
| 0 | $x_0$* | $z_0$* |
| 0.1 | $x_1$* | $z_1$* |
| … | … | … |
| 1 | $x_{10}$* | $z_{10}$* |

**Tabla 1**: Soluciones de $P_\lambda$ para diferentes valores de $\lambda$.

El directivo puede diseñar una plantilla teniendo en cuenta este conjunto de soluciones rígidas.

### 2.2. Segundo método: restricciones flexibles

En el método anterior, la asignación de tolerancias implica un conocimiento profundo de la situación descrita en el modelo. Sin embargo, cuando no se dispone de información suficiente, es más apropiado abordar la incertidumbre con un modelo flexible y que sea la propia estructura matemática la que proporcione posibles tolerancias. Sin embargo, debemos suponer que algunas restricciones no pueden ser modificadas, por ejemplo, las que representan las exigencias legales. A este subconjunto lo representamos por F. Obviamente, como nuestra intención es hacer viable el modelo, debemos comprobar que el conjunto F sea factible. Con esto, el conjunto de restricciones de (P) queda dividido en dos submatrices: una comprenderá la parte flexible ($D_i$ y $b^i$) y la otra la parte rígida ($D_i^C$ y $b^{iC}$). Si además distinguimos según el signo de la desigualdad, se tiene:

$$M_i = \begin{bmatrix} D_i \\ D_i^C \end{bmatrix}, \quad b^i = \begin{bmatrix} b^i \\ b^{iC} \end{bmatrix}, \qquad i=1,2$$

donde el subíndice i =1 hace referencia a las restricciones de mayor o igual y el subíndice i = 2 a las de menor o igual.

Siguiendo esta notación, la parte rígida puede rescribirse como

$$F = \left\{ x \in \Re^n : \ D_i^C x \geq b^{iC}, \quad x \geq 0 \right\},$$

y, por tanto, el modelo (P) se rescribe como

$$
\begin{aligned}
(PP)\ \ \text{Min}\quad & c^T x \\
\text{s. a}\quad & D_1 x \geq b^1 \\
& D_2 x \leq b^2 \\
& x \in F
\end{aligned}
$$

En este método la flexibilidad está en el cumplimiento de las desigualdades, por tanto el modelo borroso asociado será

$$
\begin{aligned}
(PP_B)\ \ \text{Min}\quad & c^T x \\
\text{s. a}\quad & D_1 x \tilde{>} b^1 \\
& D_2 x \tilde{<} b^2 \\
& x \in F
\end{aligned}
$$

El problema de la Fase I asociado a la parte rígida del problema (PP) es (Murty, 1983)

$$
\begin{aligned}
(FI)\ \ \text{Min}\quad & 1^T a \\
\text{s. a}\quad & D_1 x - I\,h + I\,a = b_1 \\
& D_2 x + I'\,h' \quad = b_2 \\
& x, h, h', a \geq 0
\end{aligned}
$$

donde *I, I'* son las matrices de identidad de orden $n_1$ y $n_2$ , el vector 1 se compone de $n_1$ unos, *h*, *h'* son variables de holgura y a es el vector de variables artificiales.

Como (PP) es infactible, el valor óptimo de (FI) es $z^* \neq 0$. Precisamente, esta circunstancia será útil para el diseño del método, a través de los precios sombra del problema de la Fase I, $(w^*_1,...,w^*_{n1}, p^*_1, ..., p^*_{n2})$ , donde $w^*_i \geq 0$ y $p^*_j \leq 0$. Ahora definimos

$$
r_i = \begin{cases} \dfrac{z^*}{w_i^*} & w_i \neq 0 \\ 0 & w_i = 0 \end{cases} \qquad s_j = \begin{cases} -\dfrac{z^*}{p_j^*} & p_j \neq 0 \\ 0 & p_j = 0 \end{cases}
$$

y construimos los vectores

$$R=(r_1, r_2, \dots, r_{n1}) \quad y \quad S=(s_1, s_2, \dots, s_{n2}).$$

De acuerdo con León y Liern, (2001), para obtener la solución de ($PP_B$) que verifica las restricciones con un nivel de satisfacción más alto, $x_{max}$:= arg($\max\limits_{x} \min\limits_{i,j} \{\mu_{b_i^1}(x), \mu_{b_j^2}(x)\}$), resolvemos el problema auxiliar:

$$\begin{array}{ll} (PP_{AUX}) & \text{Min } \varphi \\ \text{s. a} & D_1x + \varphi R \geq b^1 \\ & D_2x - \varphi S \leq b^2 \\ & x \in F \end{array}$$

donde R, S son los vectores previamente definidos.

El valor óptimo de ($PP_{AUX}$), $\varphi^*$, proporciona la perturbación mínima de las restricciones de (PP), a lo largo de la dirección (R, S), que hace el programa original viable.

Si definimos $\varphi^* = \min\{\varphi_{min}, 1\}$, entonces el nivel de satisfacción de $x_{max}$ es $\lambda^*=1-\varphi^*$. Así, podemos obtener diferentes soluciones (Canós y Liern, 2003) dependiendo de un parámetro $\beta \in [\lambda^*, 1]$:

$$\begin{array}{ll} (P_\beta) & \text{Min } c^Tx \\ \text{s. a} & D_1x \geq b^1 - \beta R \\ & D_2x \leq b^2 + \beta S \\ & x \in F \\ & \lambda^* \leq \beta \leq 1 \end{array}$$

Una vez hemos evitado la infactibilidad, podemos aplicar técnicas de programación entera para resolver el problema de la plantilla.

No podemos finalizar esta sección sin hacer una reflexión acerca del método empleado para elegir los vectores R y S. Es sabido que, generalmente, si la solución al problema lineal es degenerada, la interpretación de precio dual no es la misma. En este caso, sólo puede ser interpretada como una cota superior o inferior de la modificación del valor óptimo (ver, por ejemplo, León y Liern, 1998). El precio dual $p_i$ muestra la modificación del valor óptimo a causa de la variación marginal de $b_i$. Podemos hacer uso de esto en ($PP_{AUX}$) para modificar ligeramente el problema (PP) y asegurar que el valor óptimo de la Fase I será $z^*=0$. Así, el problema (PP) será factible.

Si analizamos los dos métodos anteriores, es fácil comprobar que el Método II necesita información adicional suministrada por la empresa, mientras que el Método I hace viable el programa lineal sin que, una vez elaborado el modelo, se solicite más información. Por extraño que parezca, esta desinformación refleja de una forma precisa lo que ocurre en el periodo inicial de una fusión, cuando las demandas simultáneas de condiciones laborales generan conflictos en la empresa. El modelo matemático, al ofrecer tolerancias y desigualdades borrosas, permite calcular una plantilla inicial a partir de la cual podemos iniciar un periodo de correcciones y ajustes. Los directivos deben ser conscientes de que, en situaciones especiales, la combinación de métodos puede proporcionar una plantilla más ajustada a sus necesidades, puesto que incluso aunque el modelo sea factible pueden plantearse la posibilidad de flexibilizar el modelo para obtener soluciones más ventajosas.

## 3. SELECCIÓN DE PERSONAL

Por selección de personal se entiende el proceso mediante el cual se elige a una o varias personas que mejor se ajusten a las características del trabajo (Valle Cabrera, 1995). Una gestión adecuada de la política de selección que considere las circunstancias de la empresa permite optimizar los costes y alcanzar los objetivos corporativos (Alles, 2000). Como suele ocurrir en la mayoría de los problemas de gestión, este proceso resulta complicado, e implica centrarse en conceptos como validación, confianza y la fijación de criterios.

En concreto, si consideramos un puesto de trabajo para el que son necesarias *R* competencias, que expresamos como un conjunto finito de referencia X= $\{x_1, x_2, \ldots, x_R\}$, y disponemos de *n* candidatos, $Cand = \{P_1, P_2, \ldots, P_n\}$, para cubrir *k* vacantes, la selección se debe hacer evaluando a cada candidato en las *R* competencias. Esta evaluación puede entenderse como el grado de pertenencia a un conjunto borroso. Por ejemplo, consideramos $x_1$ = iniciativa, que tiene un valor asignado de 0.3 para el candidato $P_j$ en esta competencia. De acuerdo con Gil Aluja (1996, 1999) existen al menos dos formas para evaluar cada competencia: asignando un número del intervalo [0,1] o asignando un subintervalo contenido en [0,1]. Así, para el candidato *j*-ésimo, $P_j$, tenemos las dos posibilidades siguientes:

a) $\tilde{P}_j = \left\{(x_i,\ b^j_{x_i})\right\}_{i=1}^{R}$, donde $b^j_{x_i} \in [0,1], \quad i = 1,\ldots,R.$

b) $\tilde{P}^{\phi}_j = \left\{(x_i, [b^{1j}_{x_i}, b^{2j}_{x_i}])\right\}_{i=1}^{R}$, donde $[b^{1j}_{x_i}, b^{2j}_{x_i}] \subseteq [0,1], \quad i = 1,\ldots,R.$

Con el primer tipo de valoración obtenemos un conjunto borroso discreto para cada candidato en el que el número $b^j_{x_i}$ representa el valor de la función de pertenencia de $P_j$ en la competencia $x_i$, i. e. $\mu_{x_i}(P_j) = b^j_{x_i}$. Sin embargo, podemos pensar que la pertenencia a cada competencia es un intervalo de tolerancia que puede ser más fácil de evaluar utilizando intervalos. En este caso, tenemos que considerar funciones de pertenencia multivaluadas $\mu^{\Phi}: X \rightarrow \mathcal{P}[0,1]$, dadas por

$$\mu^{\phi}_{x_i}(P_j) = [b^{1j}_{x_i}, b^{2j}_{x_i}] \subseteq [0,1].$$

A los conjuntos borrosos obtenidos por medio de las funciones de pertenencia multivaluadas se les denomina conjuntos Φ-fuzzy (Gil Aluja, 1996). En nuestro caso, los conjuntos Φ-fuzzy asociados con los candidatos vienen dados por

$$\tilde{P}^{\phi}_j = \left\{(x_i, [b^{1j}_{x_i}, b^{2j}_{x_i}])\right\}_{i=1}^{R}.$$

Una vez quedan establecidas las formas de evaluación, analizamos algunas técnicas de selección basadas en la comparación con un candidato ideal, ajustándose a las necesidades del puesto.

### 3.1. Técnicas basadas en la comparación con un candidato ideal

Suponemos que el departamento de recursos humanos ha valorado cada competencia de cada candidato; el problema es agregar esta información para construir una ordenación adecuada. La agregación de información, de manera que resulte eficiente y flexible, se ha transformado en la principal tarea para poder usar la información. En los problemas de decisión multicriterio sirve para manejar la grandísima cantidad de información relevante que debe ser procesada y para tratar la calidad variada y precisión de la información (Legind, 2002). Los operadores de agregación clásicos que incorporan ponderaciones son la media aritmética y otras medias como la geométrica, la armónica y la cuadrática (Calvo y Mesiar, 2003) y los conocidos operadores OWA definidos por Yager (1988). Además de estas operaciones de agregación clásicas, en los años ochenta Dubois y Prade definieron y trabajaron con los operadores de máximo y mínimo ponderados. La analogía formal con la media ponderada aritmética es obvia (Fodor *et al.*, 1995). Cabe recordar que la agregación de la media ponderada borrosa es uno de los aspectos más importantes en la toma de decisiones con múltiples criterios (Guh *et al.*, 2001).

Por otro lado, hay que distinguir si se cuenta con valoraciones internas, externas o ambas. Si sólo utilizamos evaluaciones internas a la empresa realizadas por el responsable de recursos humanos o por otra persona de la plantilla que cumpla exclusivamente funciones de evaluador, debemos medir las distancias o las similitudes de los candidatos con el candidato ideal. No obstante, una evaluación externa puede completar la interna y, en este caso, es útil el operador OWA. En la Figura 4 presentamos algunos métodos para ordenar los candidatos dependiendo de si existe o no evaluación externa a la empresa.

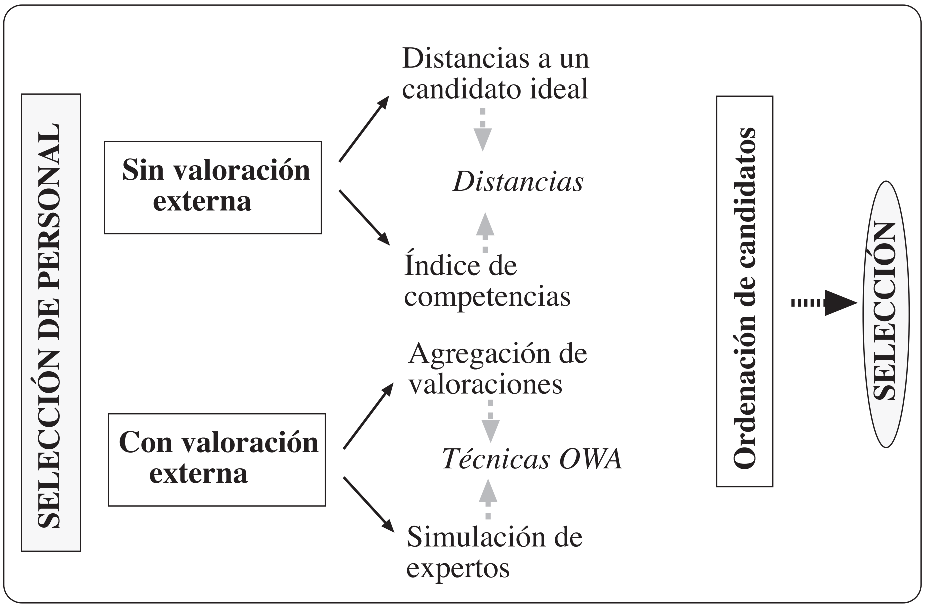


**Figura 4**: Métodos de ordenación

Nuestro objetivo es establecer un orden en el conjunto de los candidatos, *Cand*, para escoger al más adecuado. Una técnica ampliamente utilizada (Gil Aluja, 1996) consiste en definir las competencias de un candidato ideal,

$$\tilde{I} = \left\{(x_i,[a^1_{x_i}, a^2_{x_i}])\right\}_{i=1}^{R},$$

que optimiza las competencias requeridas para una vacante y la finalidad de su definición es hacer una comparación con los aspirantes al puesto. Si analizamos los candidatos "más cercanos" al ideal, podemos equivalentemente evaluar los excesos y defectos de cada competencia. Por el contrario, si queremos saber cuál es la similitud de los candidatos con el ideal $\tilde{I}$, necesitamos medir las competencias de cada uno en relación con el ideal $\tilde{I}$ (Gil Aluja, 1996; 1999). Vamos a desarrollar estas dos ideas mediante la utilización de los siguientes métodos.

**Método I**: Minimizar las distancias a un candidato ideal.

Dados dos conjuntos $\Phi$-fuzzy, $\tilde{A}^{\Phi}$ y $\tilde{B}^{\Phi}$, con funciones de pertenencia $\mu^{\Phi}_{\tilde{A}}(x) = [a^1_x, a^2_x]$ y $\mu^{\Phi}_{\tilde{B}}(x) = [b^1_x, b^2_x]$ respectivamente, la distancia de Hamming se define como

$$d(\tilde{A}^{\Phi}, \tilde{B}^{\Phi}) := \frac{1}{2n}\left(\sum_{i=1}^{n}\left(|a^1_{x_i} - b^1_{x_i}| + |a^2_{x_i} - b^2_{x_i}|\right)\right).$$

Una propuesta sencilla es la ordenación de los candidatos considerando su distancia al ideal y escogiendo al más cercano. El mejor candidato viene dado por la solución de este problema de programación

$$\text{Min}\ \{\ d(\tilde{P}^{\Phi}_j, \tilde{I}^{\Phi}) :\ \tilde{P}^{\Phi}_j \in \text{Cand}\ \}.$$

Como la distancia de Hamming calcula la diferencia entre los extremos de los intervalos, en este método no se diferencia entre un exceso o un defecto. Este hecho puede modificar el resultado de la selección de un candidato.

**Método II**: Maximizar el índice de competencia.

También podemos medir la similitud con el ideal utilizando un índice de agregación de competencias. Si consideramos que todas las competencias son igualmente importantes, definimos el índice de competencia como

$$\mu_{\tilde{I}^{\Phi}}(\tilde{P}^{\Phi}_j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mu^{x_i}_{\tilde{I}^{\Phi}}(\tilde{P}^{\Phi}_j),$$

$$\text{donde}\ \ \mu^{x_i}_{I^{\phi}}(\tilde{P}^{\phi}_j) = \frac{\text{long}([b^1_{x_i}, b^2_{x_i}] \cap [a^1_{x_i}, a^2_{x_i}])}{\text{long}([b^1_{x_i}, b^2_{x_i}] \cup [a^1_{x_i}, a^2_{x_i}])}.$$

La idea principal de esto es que cuanto mayor sea la intersección entre el candidato $\tilde{P}^{\Phi}_j$ y el ideal, entonces más adecuado es el candidato para el puesto.

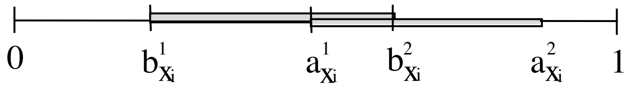


**Figura 5**: Similitud en los intervalos de competencia

Entonces, por medio del índice $\mu_{I^{\Phi}}$ medimos la similitud de cada candidato $\widetilde{P}_j^{\Phi}$, j=1, …, n con el ideal Ĩ, y esto nos permite ordenar los candidatos y elegir aquellos que tienen un mayor índice de competencia.

Lo más habitual es que el candidato ideal venga representado por $[a^1_{x_i}, 1]$, sin embargo esto no siempre es así. Piénsese por ejemplo en las competencias necesarias para contratar un jugador de fútbol; un delantero deberá ser corpulento pero quizá no excesivamente (Gil Lafuente, 2002).

Tanto la distancia de Hamming como el índice de agregación de competencias pueden aplicarse incluso si algunas competencias son valoradas con un número real en lugar de un intervalo. En este caso, debemos hacer algunas transformaciones previas:

a) Si el candidato obtiene $b_{x_i}$ en la *i*-ésima competencia, y el valor ideal de la competencia es $[a^1_{x_i}, a^2_{x_i}]$, entonces $b_{x_i}$ debe ser transformada como sigue:

$$T_1(b_{x_i}) = \begin{cases} [a^1_{x_i}, b_{x_i}] & \text{si} \quad a^1_{x_i} < b_{x_i} \\ b_{x_i} & \text{si} \quad a^1_{x_i} \geq b_{x_i} \end{cases}$$

b) Si la *i*-ésima competencia del candidato es $[b^1_{x_i}, b^2_{x_i}]$ y el valor ideal para esta competencia es $a_{x_i}$, entonces la transformación de $a_{x_i}$ es la siguiente:

$$T_2(b_{x_i}) = \begin{cases} [b^1_{x_i}, a_{x_i}] & \text{si} \quad b^1_{x_i} < a_{x_i} \\ b_{x_i} & \text{si} \quad b^1_{x_i} \geq b_{x_i} \end{cases}$$

Por ejemplo, si un candidato obtiene 0.5 en una competencia cuyos valores ideales son [0.4, 0.7], el índice de competencia viene dado por

$$\mu_{I^{\phi}}^{x_i}(\widetilde{P}_j^{\phi}) = \frac{\text{long}(T_1(b_{x_i}) \cap [a_{x_i}^1, a_{x_i}^2])}{\text{long}(T_1(b_{x_i}) \bigcup [a_{x_i}^1, a_{x_i}^2])} = \frac{\text{long}([0.4, 0.5] \cap [0.4, 0.7])}{\text{long}([0.4, 0.5] \bigcup [0.4, 0.7])} = \frac{0.1}{0.3} = 0.3333\,.$$

Si al utilizar estos métodos de evaluación hay un empate entre dos o más candidatos, deberíamos utilizar métodos alternativos de ordenación. Vamos a ver estos métodos aplicados a un ejemplo.

**Ejemplo 1.** Supongamos que el departamento de recursos humanos de una empresa tiene que elegir un candidato para que se incorpore a la plantilla. Por esto, el departamento tiene en cuenta a cinco candidatos para ser evaluados en seis competencias. Tenemos un conjunto de referencia rígido, $X = \{x_i\}_{i=1}^{6}$, y los siguientes conjuntos Φ-fuzzy:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{P}_1^{\Phi} \\ \widetilde{P}_2^{\Phi} \\ \widetilde{P}_3^{\Phi} \\ \widetilde{P}_4^{\Phi} \\ \widetilde{P}_5^{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0.3, 0.7] & 0.1 & [0.3, 0.6] & [0.4, 0.9] & [0.5, 0.8] & [0.8, 0.9] \\ [0.1, 0.3] & [0.7, 0.9] & 0 & [0.6, 0.8] & [0.4, 0.7] & 0.8 \\ 0.3 & [0.6, 0.9] & [0.4, 0.7] & [0.8, 0.9] & [0.3, 0.7] & [0.5, 0.7] \\ [0.4, 0.6] & [0.3, 0.5] & [0.4, 0.8] & [0.5, 0.7] & 1 & [0.3, 0.7] \\ [0.2, 0.5] & [0.7, 1] & [0.4, 0.7] & [0.6, 0.9] & [0.4, 0.6] & 0.8 \end{bmatrix}$$

Supongamos que el candidato ideal es

$$\widetilde{I}^{\Phi} = \big[[0.4, 0.6] \quad 0.8 \quad [0.6, 0.7] \quad [0.5, 0.9] \quad 0.6 \quad [0.6, 0.9]\big]$$

Aplicando los métodos I y II a estos datos tenemos:

| **Método I** (distancia de Hamming) | | |
|---|---|---|
| $d(\tilde{I}^{\Phi}, \tilde{P}_1^{\Phi})= 0{,}2666$ | $d(\tilde{I}^{\Phi}, \tilde{P}_2^{\Phi})= 0{,}3166$ | $d(\tilde{I}^{\Phi}, \tilde{P}_3^{\Phi})= 0{,}15$ |
| $d(\tilde{I}^{\Phi}, \tilde{P}_4^{\Phi})= 0{,}1333$ | $d(\tilde{I}^{\Phi}, \tilde{P}_5^{\Phi})= 0{,}066$ | |
| $\tilde{P}_5^{\Phi} \prec \tilde{P}_4^{\Phi} \prec \tilde{P}_3^{\Phi} \prec \tilde{P}_1^{\Phi} \prec \tilde{P}_2^{\Phi} \Rightarrow$ **Escogemos** $\tilde{P}_5^{\Phi}$ | | |

| **Método II** (índice de competencia) | | |
|---|---|---|
| $\mu_{\tilde{I}^{\Phi}}(\tilde{P}_1^{\Phi}) = 0.328$ | $\mu_{\tilde{I}^{\Phi}}(\tilde{P}_2^{\Phi}) = 0.388$ | $\mu_{\tilde{I}^{\Phi}}(\tilde{P}_3^{\Phi}) = 0.375$ |
| $\mu_{\tilde{I}^{\Phi}}(\tilde{P}_4^{\Phi}) = 0.386$ | $\mu_{\tilde{I}^{\Phi}}(\tilde{P}_5^{\Phi}) = 0.383$ | |
| $\tilde{P}_1^{\Phi} \prec \tilde{P}_3^{\Phi} \prec \tilde{P}_5^{\Phi} \prec \tilde{P}_4^{\Phi} \prec \tilde{P}_2^{\Phi} \Rightarrow$ **Escogemos** $\tilde{P}_2^{\Phi}$ | | |

Cabe destacar que identificar el método más adecuado puede ser decisivo. En el ejemplo anterior, aplicando los dos métodos con las mismas valoraciones, el decisor escoge al candidato $\tilde{P}_5^{\Phi}$ con el Método I, pero escoge al candidato $\tilde{P}_2^{\Phi}$ con el Método II.

### 3.2.- Operadores OWA

Supongamos que debemos escoger entre *n* candidatos $Cand = \{P_i\}_{i=1}^{n}$ evaluados en *R* competencias $\{x_i\}_{i=1}^{R}$. Es conocido que la contratación de expertos externos a la empresa puede resultar costosa cuando el número de candidatos es elevado. En este caso, se puede recurrir a fórmulas intermedias haciendo que los expertos evalúen la adecuación de una parte pequeña del conjunto de candidatos y a través de modelos matemáticos replicar la baremación con la que han sido evaluados (Canós y Liern, 2004). Podemos expresar esta situación de la forma siguiente:

| | $x_1$ | $x_2$ | $\ldots$ | $x_R$ | Valoración global del experto |
|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | $a_{11}$ | $a_{12}$ | $\ldots$ | $a_{1R}$ | $v_1$ |
| $P_2$ | $a_{21}$ | $a_{22}$ | $\ldots$ | $a_{2R}$ | $v_2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $P_L$ | $a_{L1}$ | $a_{L2}$ | $\ldots$ | $a_{LR}$ | $v_L$ |
| $P_{L+1}$ | $a_{(L+1)1}$ | $a_{(L+1)2}$ | $\ldots$ | $a_{(L+1)R}$ | |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | | $\vdots$ | |
| $P_n$ | $a_{n1}$ | $a_{n2}$ | $\ldots$ | $a_{nR}$ | |

**Tabla 2**: Valoración de *n* candidatos

El departamento de recursos humanos debe poder agregar toda la información sobre cada candidato. El primer paso consiste en intentar descubrir, al menos aproximadamente, la valoración global de cada candidato. Como los expertos dan una valoración total, no es realista asignar pesos a cada competencia. La técnica de los operadores basados en la media, OWA, introducidos por Yager en 1988, podría ser útil en este caso (ver, por ejemplo Filev y Yager, 1998).

**Definicion**: Un operador OWA de dimensión $n$ es una aplicación $F:\Re^n \to \Re$, que tiene un vector de ponderaciones asociado $W=[w_1, w_2, \ldots, w_n]^T$ tal que

i) $w_i \in [0,1], \quad 1 \leq i \leq n,$

ii) $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1,$

donde $F(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{k=1}^{n} w_k x_{j_k}$ siendo $x_{j_k}$ el $k$-ésimo elemento más grande de la colección $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (Yager, 1988).

Como el valor de la función $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ determina el valor agregado de los argumentos $x_1, x_2, \ldots, x_n$, en particular, para los vectores

$$W_1 = [1, 0, \ldots, 0]^T, \qquad W_2 = [0, 1, \ldots, 0]^T, \qquad W_3 = [1/n, 1/n, \ldots, 1/n]^T$$

Obtenemos los operadores max, min y media aritmética, respectivamente.

Tal y como se exige en la definición de operador OWA, un aspecto fundamental es la fase de reordenación. En particular, un agregado $x_i$ no está asociado con un peso particular $w_j$ sino que un peso está asociado con una posición ordenada $j$ particular de los argumentos. De hecho, esta ordenación introduce la no linealidad en el proceso de agregación (Carlsson y Fullér, 2002; Filev y Yager, 1998).

Así, primero debemos construir una matriz que ordene las filas de mayor a menor para evaluar los candidatos, es decir,

$$A = \begin{bmatrix} a_{1j_1} & a_{1j_2} & \cdots & a_{1j_R} \\ a_{2j_1} & a_{2j_1} & \cdots & a_{2j_1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{Lj_1} & a_{Lj_1} & \cdots & a_{Lj_1} \\ a_{(L+1)j_1} & a_{(L+1)j_1} & \cdots & a_{(L+1)j_1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{nj_1} & a_{nj_1} & \cdots & a_{nj_1} \end{bmatrix}$$

donde $a_{ij_k}$ representa la *k*-ésima puntuación más grande del candidato $P_i$.

Para obtener ponderaciones que 'copien' los criterios de los expertos, podemos resolver el siguiente problema de programación cuadrática (Filev y Yager, 1998):

$$\begin{array}{lll} \text{(Ow)} & \text{Min} & \sum_{i=1}^{L} \left( \sum_{k=1}^{R} a_{ij_k} w_k - v_i \right)^2 \\ & \text{s.a} & \sum_{k=1}^{R} w_k = 1 \\ & & w_k \geq 0, \; k = 1, \ldots, R \end{array}$$

La solución del programa (Ow) proporciona un vector de pesos

$$W = [w_1^*, w_2^*, \ldots, w_R^*]^T$$

que permite la valoración de todos los candidatos utilizando la siguiente expresión:

$$v_i^* := \sum_{k=1}^{R} w_k \, a_{ij_k}$$

Si podemos ordenar los candidatos utilizando los valores $v^*_1$, $v^*_2$, …, $v^*_R$ , hemos resuelto nuestro problema, y tenemos una solución factible. Si hay un empate, debemos romperlo con algunos criterios como la media aritmética o la puntuación más alta en algunas competencias específicas.

Una gran ventaja desde el punto de vista computacional es que los operadores de agregación OWA pueden ser implementados con MS Excel©. Veámoslo en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 2.** Vamos a aplicar técnicas OWA al Ejemplo 1 y compararemos el resultado de cada intervalo de valoración de las competencias.

| *Cand* | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$ | $c_5$ | $c_6$ | Valoración global |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | [0.3, 0.7] | 0.1 | [0.3, 0.6] | [0.4, 0.9] | [0.5, 0.8] | [0.8, 0.9] | 0.6 |
| $P_2$ | [0.1, 0.3] | [0.7, 0.9] | 0 | [0.6, 0.8] | [0.4, 0.7] | 0.8 | 0.5 |
| $P_3$ | 0.3 | [0.6, 0.9] | [0.4, 0.7] | [0.8, 0.9] | [0.3, 0.7] | [0.5, 0.7] | 0.7 |
| $P_4$ | [0.4, 0.6] | [0.3, 0.5] | [0.4, 0.8] | [0.5, 0.7] | 1 | [0.3, 0.7] | |
| $P_5$ | [0.2, 0.5] | [0.7, 1] | [0.4, 0.7] | [0.6, 0.9] | [0.4, 0.6] | 0.8 | |

El experto da una valoración global independiente de las valoraciones previas usando su intuición y experiencia. Así, la empresa está interesada en replicar este sistema porque en una selección de personal que reúne varios candidatos un proceso de evaluación llevado a cabo por expertos externos sería demasiado largo y caro. Además, el experto conoce su propio trabajo y es capaz de valorar a los candidatos con un alto porcentaje de éxito.

Antes que nada, el experto da una opinión sobre una muestra de candidatos. Esto puede hacerse antes, o incluso después, de la ordenación de las filas porque la opinión resultante es global para un candidato. La opinión global no depende del orden. Entonces, ordenamos los valores de las competencias por filas; estos ya no se corresponden con las competencias de las columnas, pero no importa porque suponemos que todos los valores son equivalentes.

Para aplicar OWA al ejemplo anterior tenemos que elegir un representante de cada intervalo. La manera más elemental de obtenerlo (*defuzzification*) es a través de la media aritmética (Dubois *et al.*, 2000).

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 & 0.45 & 0.65 & 0.65 & 0.85 \\ 0.2 & 0.8 & 0 & 0.7 & 0.55 & 0.8 \\ 0.3 & 0.75 & 0.55 & 0.85 & 0.5 & 0.6 \\ 0.5 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 1 & 0.5 \\ 0.35 & 0.85 & 0.55 & 0.75 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix}$$

Ordenamos las filas, quedando el siguiente modelo de programación matemática:

**(O1) Min** $(0.85w_1 + 0.65w_2 + 0.65w_3 + 0.5w_4 + 0.45w_5 + 0.1w_6 - 0.6)^2 +$
$(0.8w_1 + 0.8w_2 + 0.7w_3 + 0.55w_4 + 0.2w_5 + 0w_6 - 0.5)^2 +$
$(0.85w_1 + 0.75w_2 + 0.6w_3 + 0.55w_4 + 0.5w_5 + 0.2w_6 - 0.7)^2$

**s.a** $w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 = 1$
$w_i \geq 0$

La solución óptima de (O1) es $w_1 = w_2 = w_3 = 0$, $w_4 = 0.8$, $w_5 = w_6 = 0.1$, y el valor óptimo es 0.068525. Así, podemos simular las valoraciones de los candidatos externos para los candidatos que quedan por evaluar globalmente como sigue:

| *Candidato* | Valoración agregada |
|---|---|
| $P_4$ | 0.490 |
| $P_5$ | 0.525 |

Finalmente, ordenamos las valoraciones de los candidatos y concluimos que el candidato $P_3$ es el más adecuado para hacer el trabajo. Cabe resaltar que el resultado es diferente a la solución ofrecida por los otros métodos de la distancia de Hamming y los índices de competencias.

### 3.3. Técnicas de agregación basadas en la eficiencia

También podemos diseñar un modelo flexible, basado en la eficiencia, que permite calcular los intervalos en los que pueden oscilar las ponderaciones de cada competencia de cada candidato para poder realizar una ordenación. Para ello nos basamos en un modelo de Kao y Liu (2001) con el que se obtienen eficiencias en función de un parámetro λ. La propuesta original de estos autores está hecha con números borrosos donde el uso del parámetro λ está perfectamente justificado como el análisis de eficiencia por α-cortes. Sin embargo, nosotros hemos preferido no hacer referencia explícita a esta teoría por no sobrecargar la notación y porque, en definitiva, lo que nos interesa es analizar los intervalos que se obtienen con las funciones objetivo de los programas que se muestran a continuación.

Para el candidato *j*-ésimo dispondremos de los modelos siguientes:

| EXTREMO INFERIOR | EXTREMO SUPERIOR |
|---|---|
| $\text{Min } \mathrm{Y_j^L}(\alpha) = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} c_{ij}^{L}(\alpha)\omega_i}{\sum_{i=1}^{k}\omega_i}$ | $\text{Max } \mathrm{Y_j^R}(\alpha) = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} c_{ij}^{R}(\alpha)\omega_i}{\sum_{i=1}^{k}\omega_i}$ |
| s.a. $\omega_{\mathrm{i}}^{\mathrm{L}} \le \omega_i \le \omega_{\mathrm{i}}^{\mathrm{R}}, \quad i = 1,\ldots,k$ | s.a. $\omega_{\mathrm{i}}^{\mathrm{L}} \le \omega_i \le \omega_{\mathrm{i}}^{\mathrm{R}}, \quad i = 1,\ldots,k$ |
| $\sum_{i=1}^{k}\omega_i = 1$ | $\sum_{i=1}^{k}\omega_i = 1$ |
| $\omega_i \ge 0$ | $\omega_i \ge 0$ |
| $\alpha \in [0,1]$ | $\alpha \in [0,1]$ |

donde L y R significan izquierda y derecha, respectivamente.

Como ocurre en la mayoría de problemas fraccionales, se prefiere trabajar con los modelos lineales equivalentes. Para ello hacemos el cambio de variable $y_i = \dfrac{\omega_i}{\sum_{i=1}^{k}\omega_i}$.

Entonces, el modelo queda

| EXTREMO INFERIOR | EXTREMO SUPERIOR |
|---|---|
| Min $\mathrm{Y}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{L}}(\alpha)=\sum_{i=1}^{k} c_{ij}^{L}(\alpha) y_i$ | Max $\mathrm{Y}_{\mathrm{j}}^{\mathrm{R}}(\alpha)=\sum_{i=1}^{k} c_{ij}^{R}(\alpha) y_i$ |
| s.a. $t\omega_{\mathrm{i}}^{\mathrm{L}} \leq \omega_i \leq t\omega_{\mathrm{i}}^{\mathrm{R}}, \quad i=1,\ldots,k$ | s.a. $t\omega_{\mathrm{i}}^{\mathrm{L}} \leq \omega_i \leq t\omega_{\mathrm{i}}^{\mathrm{R}}, \quad i=1,\ldots,k$ |
| $\sum_{i=1}^{k} \omega_i = 1$ | $\sum_{i=1}^{k} \omega_i = 1$ |
| $\omega_i \geq 0$ | $\omega_i \geq 0$ |
| $t \geq 0$ | $t \geq 0$ |
| $\alpha \in [0,1]$ | $\alpha \in [0,1]$ |

Finalmente, los candidatos se ordenan según el valor medio de la función objetivo.

Podemos calcular los pesos con un operador de agregación OWA para después definir el intervalo de tolerancia.

El algoritmo es el siguiente:

PASO 1: Evaluar los candidatos $a_1, \ldots, a_n$.

PASO 2: Aplicar OWA para calcular los $w_i$ para las $c_1, \ldots, c_k$ competencias de los candidatos.

PASO 3: Aceptar tolerancias para estos pesos, es decir, $w_i \in [w_i^L,\ w_i^R]$.

PASO 4: Generar el modelo fraccionario.

**Ejemplo 3.** Supongamos que tenemos $k$ características, $c_1, \ldots, c_k$ y $n$ candidatos, $a_1, \ldots, a_n$. En nuestro ejemplo, seis competencias y cinco candidatos.

| | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$ | $c_5$ | $c_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | [0.3-0.1(1-λ), 0.7+0.15(1- λ)] | 0.1 | [0.3-0.2(1-λ), 0.6+0.15(1-λ)] | [0.4-0.15(1-λ), 0.9+0.1(1-λ)] | [0.5-0.25(1-λ), 0.8+0.1(1-λ)] | [0.8-0.3(1-λ), 0.9+0.1(1-λ)] |
| $P_2$ | [0.1-0.05(1-λ), 0.3+0.3(1-λ)] | [0.7-0.25(1-λ), 0.9+0.05(1-λ)] | 0 | [0.6-0.35(1-λ), 0.8+0.15(1-λ)] | [0.4-0.2(1-λ), 0.7+0.1(1-λ)] | 0.8 |
| $P_3$ | 0.3 | [0.6-0.3(1-λ), 0.9+0.1(1-λ)] | [0.4-0.2(1-λ), 0.7+0.2(1-λ)] | [0.8-0.1(1-λ), 0.9+0.1(1-λ)] | [0.3-0.25(1-λ), 0.7+0.3(1-λ)] | [0.5-0.15(1-λ), 0.7+0.15(1-λ)] |
| $P_4$ | [0.4-0.05(1-λ), 0.6+0.2(1-λ)] | [0.3-0.3(1-λ), 0.5+0.25(1-λ)] | [0.4-0.3(1-λ), 0.8+0.1(1-λ)] | [0.5-0.35(1-λ), 0.7+0.25(1-λ)] | 1 | [0.3-0.1(1-λ), 0.7+0.3(1-λ)] |
| $P_5$ | [0.2-0.2(1-λ), 0.5+0.3(1-λ)] | [0.7-0.3(1-λ), 1] | [0.4-0.1(1-λ), 0.7+0.2(1-λ)] | [0.6-0.3(1-λ), 0.9+0.05(1-λ)] | [0.4-0.3(1-λ), 0.6+0.2(1-λ)] | 0.8 |

Y los intervalos de tolerancia asignados a los pesos calculados anteriormente con operadores OWA son:

$$\begin{aligned}
\omega_1 &= [-0.25*(1-\lambda), \quad 0.1+0.15*(1-\lambda)\,] \\
\omega_2 &= [-0.3*(1-\lambda), \quad 0.1+0,2*(1-\lambda)\,] \\
\omega_3 &= [-0.1*(1-\lambda), \quad 0.1+0,35*(1-\lambda)] \\
\omega_4 &= [0.3-0.2*(1-\lambda), \; 0.8+0.1*(1-\lambda)\,] \\
\omega_5 &= [0.1-0.05*(1-\lambda), \; 0.15+0.1*(1-\lambda)] \\
\omega_6 &= [0.1-0.1*(1-\lambda), \quad 0.2+0.2*(1-\lambda)\,]
\end{aligned}$$

Calculamos con GAMS© o con MS Excel© los intervalos que definen la función objetivo para algunos valores del parámetro λ:

| | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ | $P_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| λ=0 | [0.125, 0.9963] | [0.0559, 0.944] | [0.2156, 1] | [0.1222, 0.9933] | [0.075, 0.9667] |
| λ=0.1 | [0.1478, 0.9858] | [0.0805, 0.9297] | [0.2524, 0.9879] | [0.161, 0.9749] | [0.1287, 0.9555] |
| λ=0.2 | [0.1716, 0.9754] | [0.1078, 0.9154] | [0.2891, 0.9754] | [0.1995, 0.961] | [0.1744, 0.9442] |
| λ=0.3 | [0.1967, 0.9649] | [0.1379, 0.9011] | [0.3202, 0.9627] | [0.2358, 0.9446] | [0.2193, 0.9341] |
| λ=0.4 | [0.223, 0.9544] | [0.1710, 0.8867] | [0.3494, 0.9496] | [0.2669, 0.926] | [0.2639, 0.9262] |
| λ=0.5 | [0.2506, 0.9439] | [0.2073, 0.8723] | [0.3792, 0.9362] | [0.2988, 0.9056] | [0.308, 0.9181] |
| λ=0.6 | [0.2766, 0.9333] | [0.2468, 0.8579] | [0.4097, 0.9224] | [0.3316, 0.8834] | [0.3517, 0.9097] |
| λ=0.7 | [0.3043, 0.9228] | [0.29, 0.8435] | [0.4409, 0.9083] | [0.364, 0.8598] | [0.389, 0.9009] |
| λ=0.8 | [0.3339, 0.9122] | [0.3368, 0.829] | [0.4725, 0.8938] | [0.3991, 0.8349] | [0.4259, 0.8919] |
| λ=0.9 | [0.3657, 0.9016] | [0.3871, 0.8145] | [0.503, 0.8789] | [0.4319, 0.8091] | [0.4651, 0.8825] |
| λ=1 | [0.4, 0.8909] | [0.44, 0.8] | [0.5353, 0.8636] | [0.4667, 0.7846] | [0.5067, 0.8727] |

Para elegir a los candidatos podemos utilizar los valores medios de estos intervalos para un nivel de tolerancia λ = 0.5 y para λ = 1, por ejemplo.

| | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ | $P_5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda$=0.5 | 0.59725 | 0.5398 | 0.6577 | 0.6022 | 0.61305 |
| $\lambda$=1 | 0.64545 | 0.62 | 0.69945 | 0.62565 | 0.6897 |

Como los mayores valores medios en ambos casos corresponden al candidato $P_3$, éste es el elegido para ocupar el puesto. Aunque en este caso coincida el resultado, éste puede cambiar en función del nivel de tolerancia. Además, cabe destacar que con este modelo el resultado puede diferir del obtenido con los operadores OWA en la sección anterior.

## 4. CONCLUSIONES

Actualmente los recursos humanos se consideran un activo fuente de ventaja competitiva para la empresa. Una manera de aprovechar lo mejor posible este recurso es a través de la gestión por competencias. Las competencias son los conocimientos, habilidades, actitudes, aptitudes, etc. que hacen que el desarrollo de ciertas tareas y actividades, así como el logro de determinados resultados, sean sobresalientes.

Cuando los modelos matemáticos ayudan a tomar decisiones se muestran algunas ventajas como la obtención de soluciones claras y rápidas que son fáciles de comprender. Por otra parte, las dificultades aparecen porque, de una forma general, los modelos matemáticos son demasiado objetivos y cuantifican magnitudes que difícilmente se relacionan con estas prácticas. Para evitar esto, usamos modelos desarrollados con la teoría de conjuntos borrosos, para añadir incertidumbre y subjetividad al problema. Mostrar un fenómeno que ocurre en la vida real sin ninguna deformación es una tarea difícil. La lógica borrosa no aumenta la dificultad de las matemáticas tradicionales y está más cercana al pensamiento humano.

La ineficiencia de los modelos matemáticos cuando una empresa tiene problemas ha sido varias veces criticada. Si añadimos las ventajas de la teoría de conjuntos borrosos a la teoría clásica de la decisión, tendremos más opciones para resolver los modelos matemáticos de gestión. En un diseño de plantilla, por ejemplo, para una fusión, es obvio que el mantenimiento de todas las condiciones previas de las dos empresas muestra incompatibilidades que conducen a un modelo matemático infactible. Además, no hay expertos imparciales capaces de dar información simétrica en estas circunstancias, así que el modelo no puede ser tratado a pesar de que lo flexibilicemos. En este contexto, describimos dos métodos útiles para resolver la infactibilidad de los modelos diseñados ante cualquier cambio en los parámetros que se han tenido en cuenta.

En la selección de personal, un tratamiento inflexible de las valoraciones de los candidatos puede obstruir el proceso de orden debido a la no consideración de todos los requerimientos necesarios. Además, la valoración global neutraliza la valoración positiva de las competencias con la negativa, y esto es injusto. Presentamos diversos métodos de selección de personal complementarios y flexibles con los que podemos ordenar a los candidatos aspirantes a un puesto de trabajo. Entre ellos, cabe mencionar el uso de intervalos que permiten más flexibilidad y reflejan mejor las formas usuales de valorar en las empresas e incorporar medidas de eficiencia técnica que resultan útiles para encontrar soluciones óptimas.

El tratamiento informático de estos modelos es muy sencillo y puede implementarse con programas informáticos de uso común en las empresas como el MS Excel©. No podemos olvidar que es importante recabar toda la información posible de la empresa para conocer su realidad y escoger el método o combinación de métodos de selección adecuado.

## 5. BIBLIOGRAFÍA

ALLES. M. A. (2000): *Dirección estratégica de recursos humanos: gestión por competencias*. Buenos Aires: Granica.

BOHLANDER, G.W.; SNELL, S. Y SHERMAN, A. (2003): *Managing Human Resources*. Mason : South-Western College.

BOYATZIS, R.E. (1982). *The Competent Manager. A model for effective performance*. John Wiley & Sons. New York.

CALVO, T. Y MESIAR, R. (2003): "Weighted triangular norms-based aggregation operators". *Fuzzy Sets and System*s 137 pp. 3-10.

CANÓS, L.; FERNÁNDEZ, J.A. Y VALDÉS, J. (2002): "*Aplicación de las nuevas tecnologías a las políticas de contratación y reestructuración de plantillas: el programa StaffManager 1.0*". I Congreso Nacional de Comercio Electrónico Aplicado. Valencia.

CANÓS, L Y LIERN, V. (2003): "Toma de decisiones mediante algoritmos borrosos: aplicación a la viabilidad y reestructuración de plantillas laborales". *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, 12, pp. 127-142.

CANÓS, L. Y LIERN, V. (2004): "Some fuzzy models for human resources management". *Int. J. Technology, Policy and Management,* vol. 4 No. 4, pp. 291-308.

CANÓS, L.; VALDÉS, J. Y ZARAGOZA, P.C. (2003): "La gestión por competencias como pieza fundamental para la gestión del conocimiento". *Boletín de Estudios Económicos* nº 180 pp. 445-463.

CARLSSON, C.H. Y FULLÉR, R. (2002): *Fuzzy reasoning in decision making and optimization*. Heidelberg: Springer-Verlag.

CARLSSON, C.H. Y KORHONEN, P. (1986): "A Parametric approach to fuzzy linear programming". *Fuzzy Sets and Systems* 20 pp. 17-30.

CEOE (2002): *La gestión por competencias en España. Informe para el observatorio europeo de gestión por competencias*. www.ceoe.es/webceoe/ceoe/obseu/informe.pdf

DUBOIS, D.; KERRE, E.; MESIAR, R. Y PRADE, H. (2000): "Fuzzy interval analysis" in D. Dubois and H. Prade [eds.]: *Fundamentals of Fuzzy Sets*, Boston: Kluwer Academic Publishers.

FILEV, D. Y YAGER, R. R. (1998): "On issue of obtaining OWA operator weights". *Fuzzy Sets and Systems*, 94, pp. 157-169.

FODOR, J.C.; MARICHAL, J.L. Y ROUBENS, M. (1995): "Characterization of some aggregation functions arising from MCDM problems" en B. Bouchon-Meunier, R.R. Yager y L.A. Zadeh (eds.) *Fuzzy Logic and Soft Computing*, Series: Advances in Fuzzy Systems-Applications and Theory vol. 4 (World Scientific Publishing Singapore) pp. 194-201.

GALLEGO FRANCO, M. (2001): "Gestión humana basada en competencias". www.arearh.com

GIL ALUJA, J. (1996): *La gestión interactiva de los recursos humanos en la incertidumbre*. Madrid: Ed. Centro de Estudios Ramón Areces.

GIL ALUJA, J. (1999): *Elements for a theory of decision in uncertainty*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

GIL LAFUENTE, J. (2002): *Algoritmos para la excelencia. Claves para el éxito en la gestión deportiva*. Ed. Milladoiro. Vigo.

GOGUEN, J.A. (1967): "L-fuzzy sets". *JMAA,* 18, pp. 145-174.

GOGUEN, J.A. (1969): "The logic of inexact concepts". *Synthese,* 19, pp. 325-373.

GÓMEZ-MEJÍA, L.R.; BALKIN, D.B. Y CARDY, R.L. (2001): *Managing Human Resources*. New Jersey: Prentice Hall.

GUH. Y.Y.; HON. C.C. Y LEE. E.S. (2001): "Fuzzy weighted average: The linear programming via Charnes and Cooper's rule". *Fuzzy Sets and Systems* 117 pp. 157-160.

KAO, C. Y LIU, S.T. (2001): "Fraccional programming approach to fuzzy weighted average". *Fuzzy Sets and Systems*, 120, pp. 435-444.

KAUFMANN, A. Y GIL ALUJA, J. (1987): *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Hispano Europea. Madrid.

LEGIND LARSEN, H. (2002): "*Efficient importance weighted aggregation between min and max*". 9th international Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU'2002). 1-5 julio. Annecy. Francia.

LEÓN, M.T. Y LIERN, V. (1998): "Fuzzy methods and infeasible linear programs an application to staff design problems". *Fuzzy Economic Review* 3 pp. 79-94.

LEÓN, M.T. Y LIERN, V. (2001): "A fuzzy method to repair infeasibility in linearly constrained problems". *Fuzzy Sets and Systems* 122 pp. 53-59.

MURTY, K. (1983): *Linear Programming*, John Wiley and sons, New York.

PEREDA MARÍN, S. Y BERROCAL BERROCAL, F. (1999): *Gestión de recursos humanos por competencias*. Editorial Centro de Estudios Ramón Areces. Madrid.

SCHINDLER, S.Y SEMMEL, T. (1993): "Station staffing at Pan American World Airways". *Interfaces* 23 pp. 91-98.

SPENCER, L.M. Y SPENCER, S.M. (1993): *Competence at work. Models for superior performance*. John Wiley & Sons. New York.

VALLE CABRERA, R. (1995): *Gestión estratégica de los recursos humanos*. Buenos Aires: Addison-Wesley Iberoamericana.

YAGER, R.R. (1988): "On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decisión making". *IEEE Trans. Systems, Man Cybernet*, 18, pp. 183-190.

ZADEH, L. (1965): "Fuzzy Sets". *Information and Control,* 8, pp. 338-353.

ZIMMERMANN, H.J. (1996): *Fuzzy Set Theory and its Applications*. Tercera edición. Boston: Kluwer Academic Publishers.