Socioepistemología y representación: algunos ejemplos

Ricardo Cantoral [1]
Rosa-María Farfán [2]
Javier Lezama [3]
Gustavo Martínez-Sierra [4]

RESUMEN

Este artículo discute, en distintos planos y con el empleo de diversos ejemplos, un papel para la noción de *práctica social* en la construcción de conocimiento matemático y de cómo se articula con procesos de representación. Particularmente, estudiamos algunas actividades como medir, predecir, modelar y convenir, como escenarios de construcción social de conocimiento matemático.

• **PALABRAS CLAVE**: Socioepistemología, práctica social, representación.

ABSTRACT

In this article we discuss, at different levels and through several examples, one role that the notion of *social practice* can play in the construction of mathematical knowledge and its articulation with processes of representation. Particularly, we study some activities such as measuring, predicting, modeling and agreeing as scenarios of social construction of mathematical knowledge.

• **KEY WORDS:** Socioepistemology, social practice, representation.

RESUMO

Este artigo discute, em distintos planos e com o emprego de diversos exemplos, um papel para a noção de *prática social* na construção do conhecimento matemático e de como se articula com os processos de representação. Particularmente, estudamos algumas atividades como medir, predizer, modelar e ajustar, como cenários de construção social de conhecimento matemático.

Fecha de recepción: Marzo de 2006/ Fecha de aceptación: Mayo de 2006.

1 Centro de Investigación en Matemática Educativa (Cimate). Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero (en receso sabático 2005 – 2006). Departamento de Matemática Educativa – Cinvestav, IPN.

2 Área de Educación Superior. Departamento de Matemática Educativa – Cinvestav, IPN.

3 Programa de Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN.

4 Cimate. Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero.

• **PALAVRAS CHAVE:** Socioepistemologia, prática social, representação.

RÉSUMÉ

Dans cet article nous discutons, sur des plans différents et à travers l'utilisation de plusieurs exemples, d'un rôle que la notion de pratique sociale peut jouer dans la construction du savoir mathématique et de son articulation avec des processus de représentation. En particulier, nous étudions quelques activités comme mesurer, prédire, modeler et convenir en tant que scénarios de construction social du savoir mathématique.

• **MOTS CLÉS :** Socioépistémologie, pratique sociale, représentation.

Introducción

En un sentido amplio, digamos que tradicional, la teoría del conocimiento ha considerado a la <u>Representación</u> como una imagen, una idea, una noción o más ampliamente, un pensamiento expresado, formado al nivel mental y que está presente de modo consciente. En este sentido la representación precisa de aquello que habrá de ser *re-presentado* –es decir, vuelto a presentar–, requiere por tanto de un <u>Objeto</u> con existencia previa cuya captación intelectual reproduzca mentalmente a través de traer al presente las situaciones vividas, o de anticipar eventos por venir que condensen la experiencia adquirida. Bajo ese enfoque, la actividad semiótica no puede crear al objeto, pues sólo lo re-presenta, es por ello que algunos autores han señalado críticas a su sustento epistemológico. Radford, (2004), por ejemplo, citando a Peirce, decía que el signo no crea al objeto: aquél es solamente afectado por éste. En pocas palabras, en las diferentes escuelas de pensamiento que adoptan una perspectiva trascendental respecto a los objetos matemáticos (que sea el caso del idealismo o del realismo), los signos constituyen el puente de acceso a esos objetos conceptuales vistos como situados más allá de las peripecias de la acción humana y la cultura. Para Radford, es la actividad humana la que produce al objeto. El signo y la forma en que éste es usado (esto es, su sintaxis) –forma necesariamente cultural en tanto que inmersa en Sistemas Semióticos Culturales de significación– son considerados como constitutivos del objeto conceptual: éstos objetivan al objeto. (*op. Cit.*, p. 14).

El enfoque socioepistemológico comparte la tesis, de la semiótica cultural, que confiere a la actividad humana la función de producción del objeto, aunque el énfasis socioepistemológico no está puesto ni en el objeto preexistente o construido, ni en su representación producida o innata; sino más bien se interesa por modelar el papel de la práctica social en la producción de conocimiento a fin de diseñar situaciones para la intervención didáctica. Claramente, ello exige de un posicionamiento sobre el sentido que adquiere la expresión *práctica social*, en este enfoque.

Se asume como tesis fundamental que existe una profunda diferencia entre "la realidad del objeto" –la llamada realidad implicada– y "la realidad descrita" que producen los seres humanos en su acción deliberada para construir su "realidad explicada". La socioepistemología ha tratado el problema de la representación de un modo singular, pues no busca discurrir teóricamente sobre la acción de representar al objeto mediante artefactos, herramientas o signos, sino que se ubica "a ras" de las *prácticas* y de la forma en que éstas son normadas por *prácticas sociales*.

En primer término, es importante que se distinga la noción de *práctica* en un sentido llano, de aquella que usamos en este enfoque. La *práctica social* la entendemos como normativa de la actividad, más que como actividad humana reflexiva o reflexión sobre la práctica; o aun como se señala en (Radford, 2004), como "interiorización reflexiva de prácticas sociales históricamente constituidas". Ahí radica una de las principales distinciones teóricas del enfoque socioepistemológico: "la práctica social no es lo que hace en sí el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen" (Covián, 2005). De este modo, se pretende explicar los procesos de construcción, adquisición y difusión del saber matemático con base en prácticas sociales. En sus investigaciones, los socioepistemólogos reportan más bien caracterizaciones del ejercicio de las prácticas que anteceden a la producción o construcción de conceptos y al desarrollo del saber.

Según este encuadre teórico, es preciso modificar el foco: "pasar de los objetos a las prácticas". Los enfoques *reificacionistas* centrados en objetos, buscan explicar el proceso mediante el cual se llega a la construcción del objeto y minimizan el papel que desempeña la triada: "herramientas, contextos y prácticas". El cambio de centración producirá un deslizamiento de orden mayor hacia explicaciones sistémicas, holísticas, complejas y transdisciplinarias, en virtud de que la acción cognitiva no busca la apropiación de objetos a través de sus partes, sino que asume que éstos no existen objetiva y previamente, "ahí afuera", previos a la experiencia, sino que –más bien– los objetos son "creados" en el ejercicio de prácticas normadas (tesis compartida con la semiótica cultural). En consecuencia, se cuestiona la idea de que la cognición se reduzca a la acción de recobrar el entorno inmediato mediante un proceso de representación, para asumir que la cognición sea así entendida como la capacidad de "hacer emerger" el significado a partir de realimentaciones sucesivas entre el humano y su medio ambiente próximo, tanto físico como cultural, a partir de una interacción "dialéctica" entre protagonistas. Esta interacción, socialmente normada, da a la práctica, inevitablemente, una connotación de práctica social. El conocimiento entonces, como se ha señalado en (Varela et al., 1997) depende de las experiencias vividas que, a su vez, modifica las propias percepciones y creencias.

1. La socioepistemología

Debemos señalar que la aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa busca construir una explicación sistémica de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas, no sólo discute el asunto de la semiosis o el de la cognición de manera aislada, sino que busca intervenir en el sistema didáctico en un sentido amplio, al tratar a los fenómenos de producción, adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral & Farfán, 2003).

En este enfoque se pone énfasis el hecho de que las aproximaciones epistemológicas tradicionales, han asumido que el conocimiento es el resultado de la adaptación de las explicaciones teóricas con las evidencias empíricas, ignorando, en algún sentido, el papel que los escenarios históricos, culturales e institucionales desempeñan en la actividad humana. La socioepistemología, por su parte, se plantea el examen del conocimiento matemático, social, histórica y culturalmente situado, problematizándolo a la luz de las circunstancias de su construcción y difusión (Cantoral & Farfán, 2004).

La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa se ocupa entonces, específicamente, del problema que plantea la construcción social del conocimiento matemático y de su difusión institucional. Dado que este conocimiento adquiere el estatus de saber sólo hasta que se haya constituido socialmente, en ámbitos no escolares, su difusión hacia y desde el sistema de enseñanza le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento, de manera que afectan también a las relaciones que se establecen entre los estudiantes y su profesor. Bajo este enfoque se han producido una gran cantidad de investigaciones empíricas y de las cuales citamos algunas (Alanís et al, 2000; Arrieta, 2003; Cantoral, 1990, 1999; Cantoral & Farfán, 1998; Cordero, 2001; Covián, 2005; Lezama, 2003; López, 2005; Martínez – Sierra, 2003; Montiel, 2005).

En su intento por difundir estos saberes, la socioepistemología sostiene que se forman *discursos* que facilitan la representación en matemáticas alcanzando consensos entre los actores sociales. Nombramos a estos discursos con el término genérico de *discurso matemático escolar* (Cantoral, 1990). Debemos aclarar que la estructuración de dichos discursos no se reduce a la organización de los contenidos temáticos, ni a su función declarativa en el aula (el discurso escolar), sino que se extiende un tanto más allá, al llegar al establecimiento de bases de comunicación para la formación de consensos y la construcción de significados compartidos; en este sentido se trata más bien de una unidad cultural en el sentido de Minguer (2004).

Para mostrar lo anterior, consideremos el siguiente hecho. El tratamiento didáctico de las distintas clases de funciones a través de sus representaciones gráficas enfrenta dificultades serias al momento de evaluar los logros al nivel de la comprensión por parte de los estudiantes. Si bien la mera clasificación visual de sus representaciones puede ser un elemento de partida para distinguirlas en una explicación didáctica, habrá que explorar más profundamente aquellos elementos que les permitan aproximarse a la naturaleza de las distintas clases de funciones. Al poner en escena una situación didáctica relativa al tratamiento de la función 2^x entre estudiantes de bachillerato (15 – 17 años), a fin de que se apropiaran del concepto de función exponencial, se favoreció el empleo de criterios geométricos: localizar puntos en el plano, identificar regularidades para transitar de la figura a sus propiedades. Para inducirles a construir, basados en la coordinación de elementos geométricos y gráficos, una curva a partir de un atributo analítico. Se propició también la inducción de lo local a lo global, partiendo de casos particulares se les solicitaba que argumentasen sobre la posibilidad de localizar otros puntos más y de ahí, se cuestionaba sobre la naturaleza específica de la función 2^x.

Presentamos a continuación dos fragmentos realizados por equipos de estudiantes, para dotar de cierta evidencia empírica nuestras afirmaciones. La secuencia propuso actividades para la localización de puntos en el plano que formasen parte de la gráfica de la función 2^x. Como se puede observar en la Figura 1, los estudiantes ponen de manifiesto que tienen una imagen de la representación gráfica de la función creciente con trazo continuo. También se puede observar que la localización de los puntos sobre la gráfica (como pares ordenados) no corresponde a la escala que se plantea en los ejes.

El haberles solicitado la obtención de determinados puntos sobre la gráfica, permitió que se iniciara una discusión sobre el *significado* de “elevar a una potencia”. En la figura se observa que le asocian, a la expresión 2^x distintos valores a la x lo que les lleva a explorar el significado de elevar a potencia para distintas clases de números. (Potencia entera, 3; potencia racional, ½ ; y aun el caso de una potencia irracional, þ. Ante esto último los estudiantes no representan nada).

El ubicar puntos específicos para potencias, enteras y racionales, problematiza entre los estudiantes el carácter creciente de la función y su trazo continuo, hay en el dibujo una pregunta tácita ¿cómo se eleva a la potencia þ?

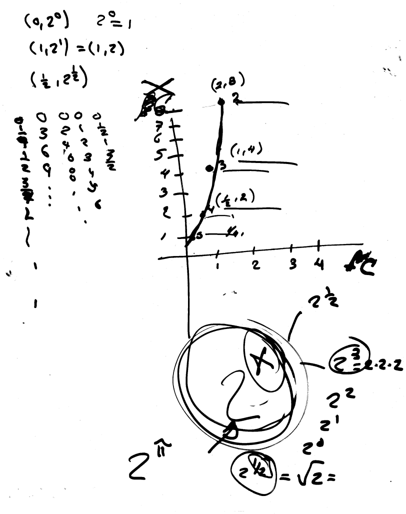


Figura 1

En la siguiente figura, de nueva cuenta, los estudiantes tienen una idea de la función 2^x mediante una representación gráfica, creciente y con trazo continuo, bosquejándola de manera general y permitiéndonos ver que no reparan ante el caso de que la variable x tome el valor de cero o sea incluso negativa. En contraste, observamos junto a ese trazo, la localización de los segmentos de valor $2^{1/4}$, $2^{1/2}$, 2^1, etc., que fueron obtenidos a través de la aplicación del algoritmo geométrico de la *media geométrica* en la semicircunferencia. Podemos interpretar el empleo de dicho algoritmo, como un ejercicio de medición, ya que es construido a partir de la definición de una determinada unidad de medida. En el caso del gráfico de la izquierda las ordenadas tienen un significado concreto, explícito para los estudiantes: son segmentos de longitud $2^{1/4}$, $2^{1/2}$, 2^1, etc. Este ejercicio de medir permite comparar a los segmentos y con ellos aproximarse a una idea específica de crecimiento, ya no es arbitrario como en el gráfico siguiente, sino que sigue un patrón susceptible de comparación y descripción detallada.

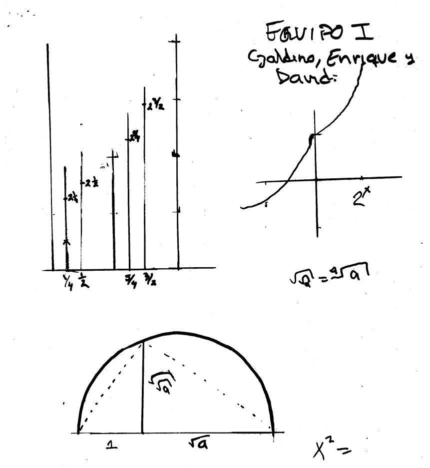


Figura 2

La representación gráfica, aun respetando las escalas y dibujándola con gran exactitud, no garantiza una comprensión de la trama interna de la misma, es hasta que se agrega una acción, una *práctica* concreta, proveniente del cúmulo de experiencias de los alumnos durante su vida, la de *medir* segmentos, lo que les permite en principio entender la naturaleza del crecimiento de la función 2^x. La representación no existe como tal hasta que algunas prácticas cotidianas como medir, comparar, observar son llevadas a cabo, son ejercidas. En este sentido, la aproximación socioepistemológica pone su énfasis en el papel de las prácticas sociales en la construcción del conocimiento. Resta aun discutir a mayor profundidad cuál es la práctica social que subyace al empleo y a la necesidad de la medición; sin embargo, dado que no es asunto de este escrito puede consultarse (Lezama, 2003).

Una explicación más amplia sobre el papel que desempeñan las prácticas, tanto las de referencia como las sociales, en la construcción de conocimiento, puede obtenerse de los siguientes ejemplos. Cada uno de ellos obedece a circunstancias específicas y no haremos de ellos un estudio a profundidad.

2. La predicción, el binomio de Newton y la serie de Taylor

¿Por qué Newton representó por vez primera a su binomio como $(P+PQ)^{m/n}$ y no, como es usual hoy día a $(a+b)^n$? Las expresiones aunque matemáticamente

$$(P+PQ)^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n} P^{\frac{m}{n}} Q + \frac{m}{n}\,\frac{m-n}{2n} P^{\frac{m}{n}} Q^2 + \frac{m}{n}\,\frac{m-n}{2n}\,\frac{m-2n}{3n} P^{\frac{m}{n}} Q^3 + etc.$$

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} a^{n-3}b^3 + \ldots$$

equivalentes, son distintas conceptualmente.

Una lectura ingenua de tales expresiones nos haría creer que se trata sólo de un asunto de la notación propia de la época; en nuestra opinión, ello no es así. Se trata de una verdadera concepción alternativa del binomio, que se apoya en una epistemología sensiblemente diferente de la que hoy enseñamos en clase. De hecho, obedece a un programa emergente, alternativo en el campo de la ciencia y la filosofía, con el que se buscaba modelar, anticipar, predecir fenómenos naturales con respaldo matemático. Un amplio programa de *matematización* de los fenómenos susceptibles de modelar con una fructífera metáfora del flujo del agua, metáfora que se aplicaría por igual a la evolución de muy diversas magnitudes.

La idea básica a la que nos referimos consiste en la asunción de que con la predicción de los fenómenos de flujo continuo en la naturaleza, era posible anunciar, anticipar, su estado ulterior. Pues conociendo ciertos valores iniciales de un sistema en evolución, sabríamos la forma en la que éste progresa. Centremos la atención en la cinemática de una partícula que se desplaza rectilíneamente; situación en la que se precisa de una *predicción de largo alcance en ámbitos de variación continua*. Desde nuestro punto de vista, la predicción se construye socialmente a partir de las vivencias y experiencias cotidianas de los individuos y de los grupos sociales. Pues en ciertas situaciones necesitamos conocer el valor que tomará una magnitud B con el paso del tiempo. Sabemos, por ejemplo, que B depende a su vez de otra magnitud P que fluye incesantemente. Necesitamos saber entonces el valor que tomará B antes de que transcurra el tiempo, antes de que P transite del estado uno al estado dos. Pero dada nuestra imposibilidad de adelantar el tiempo a voluntad debemos *predecir*. En tal caso, no disponemos de razones para creer que en este caso, el verdadero valor de B esté distante de las expectativas que nos generan los valores de B y de P en un momento dado, de la forma en la que P y B cambian, de la forma en la que cambian sus cambios, y así sucesivamente. El binomio de Newton (Newton, 1669), se presenta como una entidad que emerge progresivamente del sistema de prácticas socialmente compartidas ligadas a la resolución de una clase de situaciones que precisan de la predicción. De modo que si P evoluciona de cierta manera, la pregunta central consiste en saber cómo será B(P) si conocemos el inicio de P, el cambio que sufre P, el cambio del cambio de P, etcétera. El binomio fue entonces, una respuesta a la pregunta y una organización de las *prácticas sociale*s.

El caso de mayor interés se presenta, naturalmente, cuando no se dispone en forma explícita de la relación entre B y P. En ese caso, habrá que hacer emerger progresivamente una nueva noción, una noción que permita de algún modo la generación de la solución óptima a una clase de situaciones propias de la predicción. Para ello habrá que considerar tanto la diversidad de contextos en los que puede suceder la variación, como la variedad de fenómenos estudiados con estrategias similares. En su momento, este programa newtoniano de investigación llevó al surgimiento de una progresiva cadena de elaboraciones teóricas, cada vez más abstractas, que culmina, por así decirlo con el programa lagrangiano donde habrá de emerger la noción de función analítica. Los detalles de este estudio pueden consultarse en (Cantoral, 1990, 2001).

Ejemplifiquemos esta situación en un caso simple. Supongamos que tenemos los valores iniciales (en el tiempo $t = 0$), tanto de la posición $s(0) = s_0$, como de la velocidad $v(0) = v_0$, y la aceleración $a(0) = a_0$ de una partícula que se desplaza sobre una recta. Para cualquier instante posterior t la posición $s(t)$, la velocidad $v(t)$ y la aceleración $a(t)$ estarán dadas mediante el instrumento para predecir, a saber, la serie de Taylor, $f(x) = f(0) + f'(0)x + f''(0)x^2/2! + \ldots$ La serie deviene en:

$s(t) = s(0) + s'(0)t + s''(0)t^2 /2! + ...$
$v(t) = v(0) + v'(0)t + v''(0)t^2 /2! + ...$
$a(t) = a(0) + a'(0)t + a''(0)t^2 /2! + ...$

En notación usual:

$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\, at^2$
$v(t) = v_0 + at$
$a(t) = a$

En este ejemplo, es el tratamiento de la predicción de fenómenos de movimiento, lo que da lugar a un sucesivo proceso de matematización de una gran cantidad de nociones y procesos matemáticos. Estrictamente hablando, no se buscó representar un objeto, ni construirlo a partir de su representación. Se intenta, según la visión de la ciencia del periodo, simplemente *predecir* el cambio. En este sentido, la predicción en tanto que no es un objeto matemático, tiene que entrar en la problemática teórica no como noción, o representación, sino como práctica social. Para la socioepistemología el foco del análisis estará puesto no en el binomio en sí, en tanto signo o artefacto que mediatiza la actividad, sino en la búsqueda de la predicción como práctica social.

Veamos un segundo ejemplo en el cual, a diferencia del anterior, el fenómeno mismo que será tratado, el fenómeno natural que intentan describir con el método predictivo, estaba aun poco claro para los interlocutores. El calor como noción, no emerge aun con la claridad requerida. ¿Qué se representa entonces?

3. Teoría analítica del calor

El ejemplo de la propagación del calor resulta útil para mostrar de qué manera, antes que el objeto y su representación, está la *praxis*, y con ésta la significación cultural. La propagación del calor resulta un asunto desafiante, pues no trata de un *objeto* matemático como tal, sino de un *contexto* en que habrían de ejercer ciertas prácticas los científicos e ingenieros de una época y de una circunstancia específica. Fue una cuestión a la que tanto la Mecánica Racional como el Análisis Matemático del siglo XVIII no dieron respuesta cabal, y de ello da cuenta la histórica controversia suscitada a raíz de la cuerda vibrante. Al lado de este desarrollo, encontramos el surgimiento de la ingeniería matemática sobre la práctica tradicional y el papel sustantivo que una institución de educación superior, la École Polytechnique, tuvo para su posterior consolidación. Así pues, el asunto matemático que estaremos ejemplificando, el del estudio de la convergencia de series infinitas, se inscribe en el ambiente fenomenológico de la conducción del calor, en estrecha relación con la práctica de la ingeniería, dio a luz, gracias a la conjunción de, por supuesto, innumerables variables, de entre las cuales destacamos como antecedentes al cálculo algebraico y al surgimiento de la ingeniería en el siglo XVIII. Es decir, una práctica social que normaba el quehacer de los científicos y tecnólogos de la época: Predecir el comportamiento de lo que fluye, fuese el calor, el movimiento o los flujos eléctricos, la intención última de este programa renovador era el de mostrar el papel del saber como la pieza clave de la vida futura de esa sociedad. Es importante ubicar que esto se da en el marco de la profesionalización de una *práctica de referencia*, la práctica de la ingeniería y por ende en el seno de la comunidad politécnica. La cuestión entonces no se redujo a conocer un objeto matemático, sino el mostrar que la práctica de la ingeniería podría ser científica. La función normativa de la práctica social haría su aparición en forma de discurso matemático y enseguida, casi al mismo tiempo, como una forma de discurso matemático escolar.

El surgimiento del concepto de convergencia, que data del siglo XIX se da en un ambiente fenomenológico de singular relevancia para la Ingeniería Matemática; la propagación del calor en donde la variación está presente y la ecuación en la que tal variación se significa:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{K}{CD}\left(\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{d^2v}{dy^2} + \frac{d^2v}{dz^2}\right)$$

En los inicios del desarrollo de la humanidad, cuando las diversas experiencias se examinan por vez primera, se recurre de entrada a la intuición reinante del fenómeno, ya sea de lo calórico para el caso que nos ocupa, del ímpetu o del éter, en otros. De este modo, es con lo calórico que se realiza mejor la conducción, o con el ímpetu que se da el movimiento. Se precisó de una revolución del conocimiento científico para agrupar en una unidad fundamental al conocimiento y la manera de percibirlo.

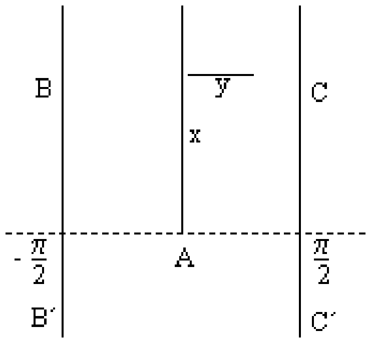
Con la obra de Biot (1774 - 1802) la experiencia se dirige hacia la medida y el cálculo, y se desecha la explicación del fenómeno mediante la noción de calórico, valiéndose de las indicaciones suministradas por termómetros, y se obtiene así la primera ecuación diferencial que rige al fenómeno. Sin embargo, los coeficientes constantes no fueron analizados, no se distinguió entre lo que es propio del cuerpo específico, de aquello que persiste independientemente de él. En especial, los parámetros de conductibilidad, de densidad, de calor específico, permanecen en un único coeficiente empírico. La tarea constructiva culmina con la *Théorie Analytique de la Chaleur* (1822) de Fourier, en donde se analiza el problema de la propagación del calor en los sólidos, que consiste en describir el comportamiento del fenómeno de propagación, buscando aquello estable y permanente, que se conserva inalterable con el fluir del tiempo. Esto es, la ecuación que gobierna el comportamiento del sistema.

Como Fourier llega finalmente a la ecuación diferencial de Biot, que ha recibido la sanción de la experiencia, se puede decir que el método de Fourier ha logrado la construcción matemática completa del fenómeno. De paso, se rompen o, mejor aún, se niegan, los conceptos fundamentales del análisis matemático del siglo XVIII, como: el de función, el papel del álgebra, el continuo real, así como la interpretación física de las soluciones, y se inicia el estudio de la convergencia de series infinitas, pilar fundamental del Análisis Matemático moderno. Salta a la vista la importancia singular de la obra de Fourier, tanto para la ingeniería como para el análisis matemático mismo. De suerte tal, que determinar el estado estacionario del sistema conduce, necesariamente, a un estudio de la convergencia de una serie trigonométrica infinita. La búsqueda de la predicción y la predicción como práctica, antecede al proceso de significación y de representación de objetos. Es decir, son las prácticas y no sus representaciones las que forman en primera instancia al saber matemático.

En este ejemplo, ¿qué objeto matemático se representa?, no hay objeto preestablecido, ni preexistente, estos son construidos por los actores con el ejercicio de sus prácticas y normados por su búsqueda de la predicción. Se pasa del oficio a la profesión gracias al logro de la función normativa de la práctica social.

A fin de mostrar el problema particular con el que Fourier inicia este estudio, entresacamos algunas notas de su publicación original:

> Suponemos que una masa sólida homogénea está contenida entre dos planos verticales B y C paralelos e infinitos, y que se ha dividido en dos partes por un plano A perpendicular a los otros dos (ver figura); consideraremos las temperaturas de la masa BAC comprendida entre los tres planos infinitos A, B, C. Se supone que la otra parte B'AC' del sólido infinito es una fuente constante de calor, es decir, que todos esos puntos permanecen con temperatura 1, la cual no puede llegar a ser jamás menor ni mayor. En cuanto a los dos sólidos laterales, uno comprendido entre el plano C y el plano A prolongado y el otro entre el plano B y el A prolongado, todos los puntos de ambos tienen una temperatura constante 0, y una causa exterior los conserva siempre a la misma temperatura; en fin, las moléculas del sólido comprendido entre A, B y C tienen la temperatura inicial 0. El calor pasará sucesivamente de la fuente A al sólido BAC; él se propagará en el sentido de la longitud infinita y, al mismo tiempo, se desviará hacia las masas frías B y C, quienes absorberán una gran cantidad. Las temperaturas del sólido BAC se elevarán más y más; pero ellas no podrán pasar ni aun alcanzar un máximo de temperatura, que es diferente para los distintos puntos de la masa. Tratamos de conocer el estado final y constante al cual se aproxima el estado variable.



Temperatura constante igual a 1

> Así, el problema consiste en determinar las temperaturas permanentes de un sólido rectangular infinito comprendido entre dos masas de hielo B y C y una masa de agua hirviendo A; la consideración de los problemas simples y primordiales es uno de los medios más seguros para el descubrimiento de leyes de fenómenos naturales, y nosotros vemos, por la historia de las ciencias, que todas las teorías se han formado siguiendo este método. (Fourier, 1822; traducción libre al español por los autores)

Para el caso particular propuesto, la ecuación general se reduce a

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{K}{CD}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

pues se omite tanto la coordenada z como su correspondiente derivada parcial (el grosor se considera infinitesimal). Dado que se trata de determinar el estado estacionario, independiente del tiempo (es decir, constante respecto del tiempo), deberá tenerse que:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad .$$

Así que la ecuación por resolver es:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad .$$

Si una función satisface la ecuación, deberá cumplir con las siguientes condiciones:

i) Anularse cuando se sustituye $-\frac{\pi}{2}$ o $+\frac{\pi}{2}$ en lugar de y, cualquiera que sea, por otro lado, el valor de x.

ii) Ser igual a la unidad si se supone $x=0$ y si se le atribuye a y un valor cualquiera comprendido entre $-\frac{\pi}{2}$ y $+\frac{\pi}{2}$.[5]

Es necesario añadir que esta función debe llegar a ser extremadamente pequeña cuando se da a x un valor muy grande, ya que todo el calor surge de una sola fuente A, condiciones que hoy nombramos de frontera. Fourier encuentra la solución por un método de separación de variables, considerando que la temperatura v se puede expresar como el producto de una función de x por una función de y, $v = F(x)\ f(y)$, obteniéndose:

$$v = a\, e^{-x} \cos y + b\, e^{-3x} \cos 3y + c\, e^{-5x} \cos 5y + \ldots \qquad \text{(b)}$$

…en este punto Fourier hace notar: "... No se puede inferir nada para los valores que tomaría la función si se pone en lugar de una cantidad que no esté comprendida entre $-\frac{\pi}{2}$ y $+\frac{\pi}{2}$ ..."[6]

Así, (b) se convierte en

$$1 = a \cos y + b \cos 3y + c \cos 5y + d \cos 7y + \ldots$$

para $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$; ahora sólo resta calcular la infinidad de coeficientes $a,b,c,d,\ldots$. A nuestros ojos, la solución ya está dada (salvo por dicho cálculo); para Fourier, en cambio, es necesario justificar la solución físicamente[7] antes de realizar tal cálculo y añade:

> Supongamos que la temperatura fija de la base A, en lugar de ser igual a la unidad para todos los puntos, sea tanto menor entre más alejado esté el punto 0 de la recta A, y que sea proporcional al coseno de esta distancia; se conocerá fácilmente, en ese caso, la naturaleza de la superficie curva cuya ordenada vertical expresa la temperatura u, o $f(x,y)$. Si se corta esta superficie por el origen con un plano perpendicular al eje de las x, la curva que determina la sección tendrá por ecuación
>
> $$v = a \cos y \ ;$$
>
> los valores de los coeficientes serán los siguientes
>
> $$a = a,\ \ b = 0,\ \ c = 0,\ \ d = 0,$$

---

5 Esto es debido a que la longitud del lado finito BAC es þ. Nótese que, en el trabajo de Fourier, la abscisa la denota por y, mientras que a la ordenada por x (ver figura).

6 La consideración de los valores de una función en un intervalo es nueva; recuérdese que en el siglo XVIII eso carecía de significado.

7 Pero, a diferencia de Bernoulli que presenta argumentos físicos para la demostración del problema, aquí Fourier nos muestra que la solución matemática es coherente con la situación física, pero la demostración se inserta en la matemática misma, sin alusión a argumentos que no pertenecen a ella. Así, se inicia la separación entre la física y las Matemáticas, que desde la antigüedad caminaban estrechamente ligadas una de la otra.

y así sucesivamente, y la ecuación de la superficie curva será

$$v = ae^{-x} \cos y.$$

Si se corta esa superficie perpendicularmente al eje de las y, se tendrá una logarítmica cuya convexidad es devuelta hacia el eje; si se le corta perpendicularmente al eje x, se tendrá una curva trigonométrica que tiene su convexidad hacia el eje. Se sigue de ahí que la función $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ tiene siempre un valor positivo, y que el de $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ es siempre negativo. Ahora bien (art. 1 3), la cantidad de calor que una molécula adquiere, de acuerdo con su lugar entre otras dos en el sentido de las x, es proporcional al valor de $\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$; por tanto, se tiene que la molécula intermedia recibe, de la que precede en el sentido de las x, más calor del que ella le comunica a la que le sigue. Pero, si se considera esta misma molécula como colocada entre otras dos en el sentido de las y, siendo negativa la función $\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$, se ve que la molécula intermedia comunica a la que le sigue más calor que lo que recibe de la precedente. Se llega así, que el excedente de calor que ella adquiere en el sentido de las x se compensa exactamente con lo que pierde en el sentido de las y, como lo expresa la ecuación

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$$

Se sabe así la ruta que sigue el calor que sale de la fuente A. Él se propaga en el sentido de las x, y al mismo tiempo se descompone en dos partes, una se dirige hacia uno de los ejes, mientras que la otra parte continúa alejándose del origen para descomponerse como la anterior, y así sucesivamente hasta el infinito. La superficie que consideramos es engendrada por la curva trigonométrica que responde a la base A, y se mueve perpendicularmente al eje de las x, siguiendo este eje, mientras que cada una de sus ordenadas decrece al infinito, proporcionalmente a las potencias sucesivas de una misma fracción.

Se obtendrán consecuencias análogas si las temperaturas fijas de la base A fueran expresadas por el término $b \cos 3y$, o uno de los términos siguientes $c \cos 5y$...; y se puede, después de esto, formarse una idea exacta del movimiento del calor en el caso general; ya que se verá, por lo que sigue, que ese movimiento se descompone siempre en una multitud de movimientos elementales, en donde cada uno se comporta como si fuese solo. (Fourier, 1822; traducción libre al español por los autores)

En el episodio anterior, tanto Fourier como Biot y los ingenieros egresados de la Polytechnique, están interesados en *anticipar* el comportamiento de la naturaleza, en modelarla, su búsqueda no podría entonces ser reducida a la acción de representar un objeto preexistente, una noción, un concepto o un procedimiento, sino debe ampliarse al nivel de la práctica: ¿cómo será posible confundir en este caso, al objeto con su representación?, ¿tiene, en este contexto, sentido tal pregunta?

Para finalizar este artículo, mostramos cómo las prácticas sociales a las que nos hemos referido, no están exclusivamente ligadas a la actividad inmediata. Desarrollamos un ejemplo relativo al proceso de *convenir* en matemáticas.

4. El proceso de convención matemática

La acepción que utilizamos para *convención*, es la de “aquello que es conveniente para algún fin específico"; entonces una convención matemática es una conveniencia para las matemáticas. El análisis socioepistemológico de los exponentes no naturales muestra la presencia de una manera común, entre los siglos XIV y XVIII, *para posibilitar la construcción de cuerpos unificados y coherentes de conocimiento matemático, es decir para la integración sistémica de conocimientos*. Designamos sintéticamente a este proceso de construcción de conocimiento con la expresión *convención matemática*. Las formas de este mecanismo pueden ser varias: una definición, un axioma, una interpretación, o una restricción. La elección depende de los objetivos teóricos. Convenir en matemáticas, puede entenderse como proceso de búsqueda de consensos al seno de una comunidad que se norma por la práctica social relativa a dar unidad y coherencia a un conjunto de conocimientos (Martínez – Sierra, 2005). Por su naturaleza esta práctica se encuentra en el plano de la teorización. Este proceso de síntesis, conlleva el surgimiento de propiedades emergentes no previstas por los conocimientos anteriores. Las convenciones matemáticas serían una parte de tales propiedades emergentes.

En el plano de la historia de las ideas, al menos dos tipos de formulaciones emergen para significar a los exponentes no naturales. El primer tipo de formulaciones fue hecho en el contexto de lo algebraico y el segundo en el ámbito de la formulación de coherencia entre lo algebraico y lo gráfico. En el contexto algebraico, la noción de exponente no natural surge de la intención de preservar la relación entre las progresiones aritmética y geométrica, a fin de unificar un algoritmo para la multiplicación de monomios. En el contexto algebraico–gráfico, la construcción de significados emerge como organizador de las fórmulas de cuadraturas de ciertas curvas.

En el marco de las formulaciones algebraicas, los convencionalismos tienen por finalidad el incluir nuevos objetos algebraicos a la estructura operativa conformada por los diferentes caracteres *cósicos* [8].

Primera formulación algebraica. En cuanto a la multiplicación, la regla de Aurel (1552) se basa en el comportamiento especial de las sucesiones: la relación entre la progresión aritmética y progresión geométrica (relación PA–PG) [9]. Con este marco de referencia se determinan los convencionalismos para incluir al *número* en la estructura operativa del conjunto $\{x, x^2, x^3, x^4, x^5,...\}$, que en la notación de Marco Aurel (1552) corresponde al conjunto $\{\varphi, x, \xi, \zeta, \xi\xi, \beta, \xi\zeta, b\beta, \xi\xi\xi, \zeta\zeta,...\}$. De esta manera el número 5 es representado como 5φ y es multiplicado con los demás

8 En el lenguaje moderno se puede identificar estos caracteres cósicos con la segunda potencia, la tercera potencia… de la incógnita.

9 Es decir, si se coloca la progresión aritmética que representa el número de multiplicaciones de la base y la progresión geométrica que representa las potencias, se tiene que la adición (resta) en la parte superior (la serie aritmética) corresponde a la multiplicación (división) de la serie de abajo (geométrica):

2,	3,	4,	5,	6,
4,	8,	16,	32,	64,

A la relación expresada en el enunciado anterior la abreviaremos, en lo sucesivo, como *la relación entre la progresión aritmética y geométrica* (relación PA-PG).

a través de una nueva tabla de caracteres cósicos que tienen la misma regla operativa referente a la relación entre la progresión aritmética y geométrica. Lo anterior está expresada en los siguientes términos: "Y cuando tu querras multiplicar vna dignidad, grado, o carácter con otro, mira lo que esta encima de cada uno y junta lo simplemente, y aquello que verna, mira encima de qual carácter estara: tal diras que procede de tal multiplicacion" (Op. Cit.). Así al utilizar la Tabla 1 se pueden hacer, por ejemplo, las multiplicaciones contenidas la Tabla 2.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
φ	x	ξ	ζ	$\xi\xi$	β	$\xi\zeta$	$b\beta$	$\xi\xi\xi$	$\zeta\zeta$

Tabla 1. Caracteres cósicos de Aurel y la relación PA-PG

Notación de Aurel	
8ξ 2χ ----- 16ζ	23β 4φ ----- 92β
$13\xi\xi$ $2\xi\xi$ ----- $26\xi\xi\xi$	50φ 6ξ ----- 300ξ

Tabla 2. Multiplicaciones en la notación de Aurel

En el marco de esta primera formulación algebraica los cocientes del tipo x^5/x^7, es decir, donde el grado del dividendo es menor que el del divisor, no son incluidos como caracteres cósicos; ya que sólo considera para la división el caso en que el dividendo y el divisor son monomios, distinguiéndose dos posibilidades: 1) el grado del dividendo es menor que el del divisor y 2) el grado del dividendo es mayor que el del divisor. En la primera posibilidad *tal partición no se podrá partir y quedará como quebrado*; en la segunda, la regla de Aurel coincide con la actual ($a^m/a^n=a^{m-n}$ con $m>n$).

Segunda formulación algebraica, se encuentra en un contexto donde el progreso en la operatividad con los números negativos y el cero hace posible la inclusión de los cocientes $1/x$, $1/x^2$,.... entre los caracteres cósicos y su operatividad. La formulación surge de haber admitido la operatividad de cantidades negativas para después enmarcarlas en la estructura algorítmica de la relación entre las progresiones aritmética y geométrica. En *La triparty en la Science des Nombres*, Chuquet, (1880/1484) construyó una noción de exponente cero y negativo (al parecer no utilizó exponentes fraccionarios). Explica que cada número puede considerarse como cantidad estricta, y así para indicarlo, se puede añadir un cero en la parte superior del número, como por ejemplo, 12^0, 13^0 para indicar 12 o 13. Pero cada número puede considerarse como número primero de una cantidad continua, también dicho número lineal, indicando así: 12^1, 13^1... o bien número superficial cuadrado: 12^2, 13^2 ... y así, sucesivamente, hasta el orden que se quiera (12^0 quiere decir doce; 12^1 indica $12x$; 12^2 significa $12x^2$,...)."

Es importante señalar que el superíndice cero que utiliza Chuquet significa "ausencia de variable". En este sentido opta por abandonar las distintas nomenclaturas para designar el orden de las raíces, así como el de las potencias de la incógnita, para exponer una forma de denominación unificadora, que facilite las operaciones entre estas entidades.

Así se opera como sigue[10], Chuquet utiliza $.7^{1.\tilde{n}}.$ para denotar $7/x$.

Formulaciones algebraicas–gráficas

Al parecer los convencionalismos algebraicos descritos, fueron marginales a la sintaxis algebraica o al estudio de la *cosa*; dado que carecía de sentido fuera del contexto algebraico. Podemos decir que la aceptación de las potencias mayores a tres fue posible gracias a la introducción de la representación cartesiana de las variables. En el marco de las formulaciones algebraicas–gráficas, los convencionalismos tienen por finalidad dotar de coherencia a ambos elementos, lo algebraico y lo gráfico.

Primera formulación algebraico–gráfica. Hacia finales del XVI se sabía que las curvas $y = kx^n$ $(n = 1, 2, 3, 4,\ldots)$, llamadas de índice n, tenían una propiedad llamada “razón característica”. Este conocimiento, según Bos (1975), era propio de la época del cálculo de áreas determinadas por distintas curvas, tanto mecánicas como algebraicas, y al significado que se asocia a las áreas en contextos de variación[11]. Tomando como ejemplo la curva $y = x^2$ se decía que ésta tiene razón característica igual a $1/3$; ya que si tomamos un punto **C** arbitrario de la curva (Figura 1) el área de **AECBA** guarda una proporción de 1:3 respecto del área del rectángulo **ABCD,** es decir**,** el área de **AECBA** es la mitad del área **AECDA**. En general, se sabía de que la razón característica de la curva de índice n es $1/(n+1)$ para todos los enteros positivos n .[12]

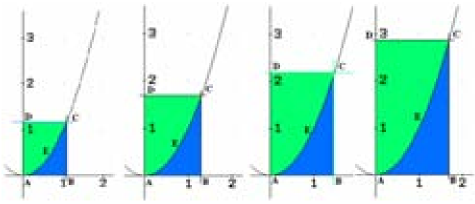


Figura 1. Razón Característica de la curva $y = x^2$

En sus investigaciones acerca de la cuadratura de las curvas, Wallis utilizó lo anterior para convenir que el índice de $y = \sqrt[2]{x}$ debe ser igual a $1/2$ a fin de unificar la noción de razón característica con la noción de índice. Lo mismo puede verse para $y = \sqrt[3]{x}$,cuya razón característica debe ser $3/4=1/(1+1/3)$ por lo que su índice será $1/3$. A continuación Wallis afirma (según Confrey & Dennis, 2000) que el índice apropiado de $y = \sqrt[q]{x^p}$ debe ser p/q y que su razón característica es $1/(1+p/q)$; pero al no tener manera de verificar directamente la razón característica de tales índices, por ejemplo de $y = \sqrt[3]{x^2}$, retoma el principio de *interpolación* el cual afirma que cuando se puede discernir un patrón de cualquier tipo en una sucesión de ejemplos, uno tiene el derecho de aplicar ese patrón para cualesquiera valores intermedios. En el caso que interesa, él hace la siguiente tabla de razones características conocidas ($R(i/j)$ denota la razón característica, desconocida, de índice i/j):

10 El contexto de la formulación está relacionada con las soluciones negativas que resultan de la resolución formal de ecuaciones lineales. Es por ello que al parecer uno de los objetivos de la aceptación de los exponentes negativos era dar legitimidad a los números negativos y su operatividad, pues eran usados para la operatividad consistente con los monomios.

11 Por ejemplo es bien conocida la forma en que Galileo estableció su ley de caída de los cuerpos a través de entender el área determinada por una gráfica velocidad-tiempo como la distancia recorrida por el cuerpo.

12 En términos modernos la noción de razón característica se apoya en que $(a>0)\left(\int_0^a x^n dx\right):a^{n+1} = 1:(n+1)$

q/b	0	2	3	4	5	6	7
1	1=1/1	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8
2	1=2/2	2/4	**R(3/2)**	1/3=2/6	**R(5/2)**	1/4=2/8	**R(7/2)**
3	1=3/3	**R(2/3)**	1/2=3/6	**R(4/3)**	**R(5/3)**	1/3=3/9	**R(7/3)**
4	1=4/4	2/3=4/6	**R(3/4)**	1/2=4/8	**R(5/4)**	**R(3/2)**	**R(7/4)**
5	1=5/5	**R(2/5)**	**R(3/5)**	**R(4/5)**	1/2=5/10	**R(6/5)**	**R(7/5)**
6	1=6/6	3/4=6/8	2/3=6/9	**R(2/3)**	**R(5/6)**	1/2=6/12	**R(7/6)**
7	1=7/7	**R(2/7)**	**R(3/7)**	**R(4/7)**	**R(5/7)**	**R(6/7)**	1/2=7/14
8	1=8/8	4/5=8/10	**R(3/8)**	2/3=8/12	**R(5/8)**	**R(3/4)**	**R(7/8)**
9	1=9/9	**R(2/9)**	3/4=9/12	**R(4/9)**	**R(5/9)**	**R(2/3)**	**R(7/9)**

Al aplicar el principio de interpolación sobre la fila 5 se puede conjeturar, por ejemplo, que R(3,5)=5/8 y sobre la columna 3 que R(3,5)=5/8. Razonamiento semejante se puede hacer sobre la fila 10 para establecer que R(3,5)=10/16 y sobre la columna 6 que R(3,5)=10/16.

Wallis también interpreta a los números negativos como índices[13]. Define el índice de $1/x$ como –1, el índice de $1/x^2$ como –2, etc. A continuación él intenta dar coherencia a estos índices y a la noción de razón característica. En el caso de la curva $y = 1/x$ la razón característica debe ser $\frac{1}{-1+1} = \frac{1}{0} = \infty$ [14]. Aceptó este cociente como razonable debido a que el área bajo la curva $1/x$ diverge; el cual, al parecer, era un hecho conocido en la época. Lo anterior puede ser interpretado como que la proporción entre el área de **ABCEFA** (Figura 2) y el área del rectángulo **ABCD** es de 1:0. Cuando la curva es $y=1/x^2$ la razón característica debe ser 1/(-2+1)=1/-1. Aquí, la concepción de Wallis sobre la razón difiere de la aritmética moderna de números negativos. Él no utiliza la igualdad 1/-1 = -1, más bien él construye una coherencia entre diversas representaciones; que es en esencia una convención matemática. Debido a que el área sombreada bajo la curva $y=1/x^2$ es más grande que el área bajo la curva $1/x$, concluye que la razón 1/-1 es mayor que infinito (*ratio plusquam infinita*). Continúa concluyendo que 1/-2 es incluso más grande. Esto explica el plural en el título de su tratado *Arithmetica Infinitorum*, de la cual, la traducción más adecuada sería La Aritmética de los Infinitos.

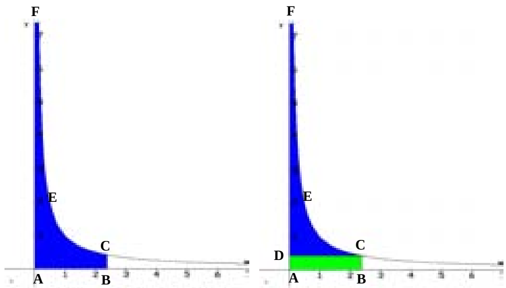


Figura 2. Razón Característica de la curva $y = 1/x$

[13] Deseamos aclarar que a través de la literatura consultada no fue posible determinar claramente los motivos que tuvo Wallis para dar tales definiciones; pero es de suponer que fueron tomadas de las convenciones de los exponentes que ya se trabajaban en esa época en el contexto algebraico (Martínez, 2003).

[14] Lo que hoy se entiende por fracciones, en la época de Wallis se concebía como proporcionalidad por lo que 1 es 0 (nada) como ∞ es a 1.

Lo anterior nos motiva a enfocar nuestra atención en los procesos de integración sistémica de un conjunto de conocimientos. Teóricamente, desde un principio, esta búsqueda de integración, que es una búsqueda de relaciones, puede tener dos salidas: 1) La *ruptura* ocasionada por dejar a un lado un significado por otro que eventualmente es construido para la tarea de integración; es decir, cambiar la centración de significado y 2) La *continuidad* al conservar un significado en la tarea de integración. Entonces, la convención matemática puede ser interpretada como una propiedad emergente para establecer una relación de continuidad o de ruptura de significados.

En nuestros ejemplos respecto a las formulaciones de Wallis, la búsqueda de coherencia entre la noción de índice y de razón característica (en donde la razón/proporción posee significados específicos que difiere de considerarla como número) provoca dos convencionalismos: el índice de $y = \sqrt[2]{x}$ como $1/2$ y diversos tipos de infinito representados por $1/0$, $1/\text{-}1$, $1/\text{-}2$, etc. Esto señala el carácter *conveniente y relativo* de la convención matemática respecto a la integración de las nociones de índice y razón característica y las representaciones algebraicas y gráficas. Hoy en día la convención de considerar a las proporciones $1/0$, $1/\text{-}1$, $1/\text{-}2$ como diversos tipos de infinitos no es coherente con la interpretación numérica de las proporciones como números.

De este modo, la convención, o la búsqueda de consensos, al igual que en los ejemplos descritos anteriormente, adquiere una dimensión social fundamental que no podría ser captada si limitáramos nuestra mirada a la construcción de objetos o a su representación, pues aspectos como creencias, ideología y matemáticas estarían excluidos al momento de teorizar sobre la construcción de conocimiento matemático.

Reflexiones finales

Con los ejemplos mostramos el papel de alguna práctica: medir al construir la función "2^x", predecir en el caso de la cinemática y las funciones analíticas, modelar bajo fenomenologías de ingeniería y, finalmente, convenir en el caso de los exponentes no naturales. Los ejemplos muestran la diversidad de situaciones que habrían de considerarse llevando la mirada hacia la socioepistemología.

Este artículo ha querido mostrar cómo opera el enfoque socioepistemológico al centrar su atención en prácticas más que en objetos. Su centración en las prácticas arroja una luz distinta de aquella que produce la centración en objetos, procesos o mediadores. El artículo mostró, mediante ejemplos, el papel que juega la práctica social en la construcción del conocimiento matemático y de cómo se articula con los procesos de representación.

Este artículo si bien pretende posicionar a la Socioepistemología a través de ejemplos, busca sobre todo discurrir sobre el papel de la noción de práctica social en la formación de conocimiento. No se abordan las relaciones de complementariedad o contraposición de cara a otros enfoques teóricos, aunque bien sabemos que existen relaciones con la Semiótica Cultural de Radford, o con el enfoque Ontosemiótico de Díaz–Godino, o aun con la Teoría Antropológica de la Didáctica de Chevallard y colaboradores, o con la Etnomatemática de D'Ambrosio y colaboradores, pero más bien quisimos aportar un elemento adicional, una particular interpretación de la noción de práctica social que juzgamos prometedora para la investigación en matemática educativa. En el futuro inmediato, el enfoque socioepistemológico estará intentando construir elementos de articulación entre los enfoques señalados anteriormente, aunque esa sea otra historia…

Referencias

Alanís, J. et al. (2000). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas.

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doctoral no publicada. México: Cinvestav.

Aurel, M. (1552). *Libro Primero de Arithmetica Algebraica*. Valencia: J. Mey.

Bos, H. (1975). Differentials, Higher-Order Differentials and the derivative in the Leibnizian Calculus. *Archive for History of Exact Sciences, 14*, 1 – 90.

Cantoral, R. (1990). *Categorías Relativas a la apropiación de una base de significaciones para conceptos y procesos matemáticos de la teoría elemental de las Funciones Analíticas. Simbiosis y Predación entre las nociones de "el Prædiciere y lo Analítico".* Tesis doctoral. México: Cinvestav.

Cantoral, R. (1999). Approccio socioepistemologico a la ricerca in matemática educativa. *La matemática e la sua didattica*, *3*, 258 – 273.

Cantoral, R. (2001). *Matemática Educativa: Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cantoral, R. & Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Espsilon*, *42*, 14(3), 353 – 369.

Cantoral, R. & Farfán, R. (2004). La sensibilité à la contradiction: logarithmes de nombres négatifs et origine de la variable complexe. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *24* (2.3), 137 – 168.

Chuquet, N. (1880/1484). Le Triparty en las science des nombres. En A. Marre (Ed.) *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze matematiche et fisiche*, (volume *13*, pp. 555 – 659, 693 – 814; volume *14*, pp. 413 – 460).

Confrey, J. & Dennis, D. (2000). La Creación de Exponentes Continuos: un estudio sobre los métodos y la epistemología de John Wallis. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 3*(1), 5 – 31.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 4*(2), 103 – 128.

Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya*. Tesis de maestría no publicada. México: Cinvestav.

Farfán, R. y Cantoral, R. (2003). *Mathematics Education: A Vision of its Evolution*. Educational Studies in Mathematics 53(3), 255-270.

Fourier, J. (1822). *Théorie Analytique de la Chaleur*. Chez Firmin Didot. Pere et Fils. Libraires pur les Mathématiques. France.

Lezama, J. (2003). *Un estudio de reproducibilidad de situaciones didácticas.* Tesis doctoral no publicada. México: Cinvestav.

López, I. (2005). *La socioepistemología. Un estudio sobre su racionalidad*. Tesis de maestría no publicada. México: Cinvestav.

Martínez – Sierra, G. (2003). *Caracterización de la convención matemática como mecanismo de construcción de conocimiento. El caso de de su funcionamiento en los exponentes*. Tesis de doctorado. México: Cicata – IPN.

Martínez – Sierra, G. (2005). Los procesos de convención matemática como generadores de conocimiento. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 8*(2), 195 – 218.

Minguer, L. (2004). Entorno sociocultural y cultura matemática en profesores del nivel superior de educación. Un estudio de caso: El Instituto Tecnológico de Oaxaca. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 17*(2), 885 – 889.

Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis doctoral. México: Cicata – IPN.

Newton, I. (1669). De Analysi per equationes infinitas (june 1669). En D.T. Whiteside (1967) (Ed.), *The mathematical papers of Isaac Newton.* Vol. *II* (1667 – 1700) (pp. 206 – 247). Gran Bretaña: Cambridge University Press.

Radford, (2004). *Semiótica cultural y cognición*. Conferencia dictada en la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Tuxtla, Chiapas México. [En red] Disponible en http://laurentian.ca/educ/lradford/Tuxtla3.pdf

Varela, F. et al. (1997). De cuerpo presente. Barcelona: Gedisa.

Ricardo Cantoral
Departamento de Matemática Educativa
CINVESTAV
México

E-mail: rcantor@cinvestav.mx

Rosa María Farfán
Departamento de Matemática Educativa
CINVESTAV
México

E-mail: rfarfan@cinvestav.mx

Gustavo Martínez-Sierra
Cimate de la UAG
México

E-mail: gmartinez@cimateuagro.org

Javier Lezama
Programa de Matemática Educativa
CICATA del IPN
México

E-mail: jlezamaipn@gmail.com