MULTIPLICADORES DE FINANCIACIÓN. UNA INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE LA METODOLOGÍA DEL CUPO

ALBERTO ALBERDI LARIZGOITIA
Economista

Palabras clave: Financiación autonómica, política tributaria, política financiera, déficit público.
Nº de clasificación JEL: E62, H11, H62, H7, H72.

0. INTRODUCCIÓN

El Estatuto de Autonomía del País Vasco establece en su artículo 41 que las relaciones de orden tributario entre el Estado y el País Vasco vendrán reguladas mediante el sistema foral tradicional de Concierto Económico o Convenios, delimitando además los contenidos y principios sustantivos del sistema tanto en lo referente al orden tributario como en lo relativo a la aportación del País Vasco al Estado.

Como es bien sabido, el sistema ha sido desarrollado mediante la ley 12/1981, de 13 de Mayo, por la que se aprueba el Concierto Económico con la Comunidad Autónoma del País Vasco; texto legal que también se estructura en dos partes bien diferenciadas: el capítulo primero, que regula los tributos objeto de concierto, y el capítulo segundo, que aborda la definición y método de determinación del cupo. Pues bien, en nuestra opinión, el Concierto ha sido frecuentemente analizado desde la óptica del derecho fiscal; pero apenas ha sido objeto de consideración su estudio en cuanto sistema de financiación, lo que necesariamente hubiera conducido hacia la evaluación de su resultado financiero como consecuencia directa de la concepción íntegra del binomio Concierto-Cupo.

Obviamente, la parte tributaria del Concierto es esencial, en cuanto que representa la base sobre la que descansa el grado de autonomía del sistema. Pero una autonomía que alcanza a la normación, establecimiento, ordenación, inspección y recaudación de los tributos no necesariamente desemboca en una autonomía financiera efectiva, a menos que así quede garantizado mediante una adecuada definición del Cupo. En definitiva, pues, es la determinación del Cupo el mecanismo que define el modelo de financiación de Concierto o Convenio.

Nuestro objetivo en el presente trabajo no es otro que el intentar arrojar luz sobre las características que otorga al sistema de financiación de la Comunidad Autónoma la actual metodología de determinación del Cupo (en adelante MDC).

1. DEFINIENDO EL CUPO

Cuando en la Ley 12/1981, de 13 de Mayo, por la que se aprobó el Concierto Económico, se definió la MDC, ésta debía necesariamente operar sobre un presupuesto del Estado que incluía absolutamente todas las partidas de ingresos y gastos, por no haberse producido hasta entonces ninguna transferencia a la Comunidad Autónoma del País Vasco. El Cupo se debía de definir, por tanto, en base a unos ingresos que debían ser objeto de concertación (y consiguientemente su rendimiento atribuido al País Vasco) y a unas competencias que se debían asumir; pero tanto unos como otros figuraban íntegramente en el presupuesto del Estado.

Bajo tal premisa se partía de la identidad presupuestaria

[1] $IC_E + INC = CA_E + CNA$.

en la que IC: ingresos concertados, INC: ingresos no concertados, CA: cargas asumidas por el País Vasco, CNA: cargas no asumidas; indicando el sufijo E (Estado) que los correspondientes valores de IC y CA incluyen también los datos relativos al propio País Vasco.

En base a la identidad presupuestaria [1] se procedía a la definición del Cupo (artículos 50, 51, 52 y 53 de la Ley) de la forma siguiente (1).

[2] $C = i\ CNA - i\ INC$

Donde C = Cupo e i = índice de imputación (básicamente renta) o también su expresión alternativa, obtenida mediante sustitución en[1].

[3] $C = i\ IC - i\ CA$

Esta era, como decimos, la situación en el primer ejercicio, año 1981. Pero la misma debía de cambiar en los años siguientes, ya que los ingresos concertados y las cargas asumidas que constaban en los presupuestos del Estado no eran equivalentes al no incluir los propios ingresos y gastos ya gestionados por la Administración del País Vasco.

Si suponemos que no se producen modificaciones de la estructura presupuestaria, en lo que a nuestras variables se refiere, y que tampoco hay incrementos de dotaciones, la comparación entre los ejercicios de 1981 y 1982 sería la siguiente:

$CA_E - CA = i\ CA_E$ $\qquad CA_E = CA\ /1-i$

$IC_E - IC = i\ IC_E$ $\qquad IC_E = IC/1-i$

Donde IC y CA, sin sufijo, son los valores del «resto del Estado», es decir, sin incluir los propios del País Vasco.

Es evidente que para mantener la identidad [1] se tiene que cumplir

[4] $$\frac{IC}{1-i} + INC = \frac{CA}{1-i} + CNA$$

de donde se obtienen las correspondientes formulaciones del Cupo.

[5] $C = i\ CNA - i\ INC$

[6] $$C = \frac{i}{1-i} IC - \frac{i}{1-i} CA$$

Como se puede apreciar, el Cupo sigue siendo igual a la aplicación del índice de imputación a la diferencia entre cargas no asumidas e ingresos no concertados, pero se introduce una pequeña variación cuando se formula en términos de las variables IC y CA, cuya explicación es la necesidad de «elevar» a valores estatales aquellos que no comprenden al País Vasco.

La vía a través de la cual hemos obtenido la formulación del Cupo correspondiente a los años 1982 y siguientes es quizá excesivamente complicada. De hecho, posteriormente habrá ocasión de mostrar un procedimiento más claro y simple. Sin embargo, ese razonamiento, que trata de encadenar los años 1981 y 1982 según una secuencia lógica, servirá para poner de manifiesto la existencia de dos efectos modificadores del Cupo que están ligados a ese proceso de transición. Para ello habrá que recordar que al comprobar las variables presupuestarias de 1981 y 1982 se realizó implícitamente el supuesto de que los ingresos concertados y las cargas asumidas se reducían en una proporción igual al índice de imputación. Tal supuesto, sin embargo, no se corresponde con la realidad,

(1) Una definición literal tendría que distinguir tres índices (uno por cada Territorio Histórico), además de contemplar expresamente el denominado ajuste de comercio exterior (impuesto de compensación de gravámenes interiores menos desgravación fiscal a la exportación). Es fácil de ver, sin embargo, que nuestra formulación no supone pérdida alguna de generalidad, ya que el mencionado ajuste bien puede ser considerado en su importe neto como un ingreso de carácter no concertado (INC).

Cuadro n.° 1.1 **Efectos modificadores del cupo**

EFECTO ASOCIADO AL INGRESO		EFECTO ASOCIADO AL GASTO	
Variables	Repercusión en el Cupo	Variables	Repercusión en el Cupo
$i > d$ $i < d$ $i = d$	Aumenta Disminuye No varía	$i > 3$ $i < e$ $i = e$	Disminuye Aumenta No varía

que quedaría mejor reflejada bajo una formulación como la siguiente:

$$CA_E - CA = e\ CA_E$$
$$IC_E - IC = d\ IC_E$$

En la que el coeficiente es la proporción de gastos en competencias asumidas que el Estado realizaba en el País Vasco y el de la proporción de los ingresos concertados que el Estado recaudaba también en territorio vasco. Bajo este supuesto, el equilibrio presupuestario en 1982 vendría definido por

$$[7] \quad \frac{IC}{1-d} + INC = \frac{CA}{1-e} + CNA$$

Y las correspondientes formulaciones del Cupo serían:

$$[8] \quad C = i\ CNA - i\ INC$$

$$[9] \quad C = \frac{i}{1-d} IC - \frac{i}{1-e} CA$$

Comparando ahora la expresión [9] con la anteriormente obtenida [6]

$$\Delta C = \frac{i}{1-i} IC - \frac{i}{1-i} CA - \frac{i}{1-d} IC + \frac{i}{1-e} CA$$

$$\Delta C = \left(\frac{i}{1-i} - \frac{i}{1-d}\right) IC - \left(\frac{i}{1-i} - \frac{i}{1-e}\right) CA$$

$$[10] \quad \Delta C = \frac{i\,(i-d)}{(1-i)\,(1-d)} IC - \frac{i\,(i-e)}{(1-i)\,(1-e)} CA$$

Se producen, en consecuencia, sendos efectos que modifican el Cupo, asociados respectivamente al ingreso y al gasto. El signo de los mismos dependerá de los valores que tomen las variables i, e y d, según se expresa en el cuadro n.° 1.

Naturalmente, el signo del efecto conjunto dependerá de los valores de IC y CA.

La causa de tales efectos está en que la «elevación» de IC y CA a valores «estatales», a la que antes hacíamos mención, se hace en base a una referencia objetiva: el índice de imputación.

El efecto asociado al ingreso se produce «de una vez por todas» en el momento en que procede a la concertación de los tributos (2). Por el contrario, dado el carácter gradual del proceso de transferencias, cada bloque de nuevos servicios asumidos implicará una modificación del efecto asociado al gasto, cuyo importe global se repartirá, por tanto, entre varios ejercicios.

La existencia de los efectos descritos — imputable al proceso de puesta en marcha del sistema— no es, en cualquier caso, una cuestión sustancial, y no debe hacernos perder de vista las verdaderas características del sistema de financiación de Concierto a cuyo examen se dirigen los apartados siguientes.

(2) La mayor divergencia que pueda manifestarse en ejercicios posteriores entre i y d se deberá a la evolución de las respectivas eficacias recaudatorias (a menos que se produzca una alteración en el número de tributos objeto de concertación).

2. DEL CUPO A LA CAPACIDAD FINANCIERA

Anteriormente hemos hecho mención al carácter excesivamente complicado del proceso de deducción de la formulación del Cupo del segundo ejercicio (expresión 6). Su carácter complicado se deriva no de circunstancias intrínsecas, sino, más bien, de la existencia de un enfoque alternativo más sencillo.

En efecto, partamos para ello de la idea de que en el ejercicio 1982 (y en los siguientes) debe de aparecer en el presupuesto del Estado un nuevo ingreso: el Cupo satisfecho por el País Vasco. Es decir, la identidad presupuestaria viene reflejada por

[11] $IC + INC + C = CA + CNA$

La definición del Cupo, según la Ley del Concierto, seguirá siendo

$$C = i\ CNA - i\ INC$$

Sustituyendo,

$$C = i\ (IC + C - CA)$$
$$C - i\ C = i\ IC - i\ CA$$

[12] $C = \frac{i}{1-i}\ IC - \frac{i}{1-i}\ CA$

Lo que este planteamiento sugiere es que el Cupo viene a sustituir en el presupuesto del Estado a los ingresos que han sido concertados y a las cargas que han sido asumidas por la Comunidad Autónoma del País Vasco.

Una vez definido el Cupo, podemos preguntarnos por el aspecto crucial de cualquier sistema de financiación: ¿cuál es el resultado financiero del modelo Concierto-Cupo?

Es claro que tal resultado, que nosotros denominaremos capacidad financiera (CF), vendrá determinado por la recaudación de tributos concertados obtenida en el País Vasco (IC_{PV}) y por el Cupo satisfecho al Estado.

$$CF = IC_{PV} - C$$

Luego, haciendo uso de[12]

[13] $CF = IC_{PV} - \frac{i}{1-i}\ IC - \frac{i}{1-i}\ CA$

Expresión que muestra con claridad las características esenciales del sistema de Concierto bajo la actual metodología del Cupo, que podrían ser enunciadas de la forma siguiente: *el sistema de Concierto, bajo la actual metodología del Cupo provisional, supone para la Comunidad Autónoma del País Vasco un volumen de financiación equivalente al i/1-i de las cargas asumidas que figuran en el presupuesto del Estado más la diferencia entre lo que recaude y el i/1-i de los ingresos concertados recaudados en el resto del Estado.*

Alternativamente, de forma más sintética, se podría decir que el País Vasco obtiene una *financiación del gasto asumido en base al índice de renta y al esfuerzo fiscal desarrollado por encima de dicho índice.*

Ni que decir tiene que si el esfuerzo fiscal no alcanza el valor del índice de imputación utilizado, ese segundo componente sería negativo y la financiación total ni siquiera llegaría al nivel del índice aplicado al gasto asumido (i/1-i .CA).

Esta es, en efecto, la nota distintiva esencial del sistema de Concierto, en virtud de la cual el Cupo es independiente de la recaudación obtenida; de donde se deduce que la autonomía en el orden fiscal se traduce en un premio o en una penalización en función del esfuerzo fiscal realizado.

De la forma en que aquí se ha presentado hasta el momento el sistema de Concierto parece desprenderse que la financiación de la Comunidad Autónoma del País Vasco depende de su recaudación relativa, del nivel de cargas asumidas y de nada más.

Tal perspectiva podría, sin embargo, falsear la verdadera naturaleza del sistema, al ocultar la fuerte imbricación existente entre la formulación de la capacidad financiera y todas las variables contenidas en el presupuesto del Estado. De hecho, en lugar de [13] podríamos haber escrito (haciendo uso de la formulación alternativa del Cupo).

[14] $CF = IC_{PV} - i\ CNA + i\ INC$

Expresión equivalente que implica que el País Vasco hace suyas todas las fuentes de ingreso y contribuye a financiar las cargas no asumidas, y en donde las cargas asumidas y los ingresos concertados no aparecen por ninguna parte.

Todos ello pone de manifiesto que, bien expresemos la capacidad financiera mediante la expresión [13] o la [14], no se puede olvidar que hay una condición que subyace en el modelo: el cumplimiento de la identidad presupuestaria, IC+INC+C = CA+CNA.

3. MULTIPLICADORES DE FINANCIACIÓN

Si la capacidad financiera no se puede definir independientemente de la ecuación presupuestaria, ello quiere decir que la misma opera a modo de restricción o condición de aquélla.

Este hecho nos sugiere la oportunidad de utilizar el método de Lagrange para la resolución de máximos y mínimos condicionados como vía para analizar el modelo.

A tal fin, supondremos que se puede postular la existencia de una relación entre las recaudaciones por tributos concertados en el País Vasco y en el Estado, que vendría dada por

[15] $IC_{PV} = f(IC)$

De ahí que podamos expresar la capacidad financiera como

[16] CF = f(IC) + i INC- i CNA

La condición presupuestaria adopta la forma

[17] CA + CNA-INC-IC-C = 0

O lo que es igual

[18] CA + CNA - INC - IC - i CNA + INC = 0

[19] L = f(IC) + i INC - i CNA + λ (CA + CNA - INC - IC - i CNA + i INC)

Tomando derivadas parciales respecto de las cuatro variables de la función objetivo e igualándolas a cero.

$$\frac{\partial L}{\partial IC} - = f'(IC) - \lambda = 0 \qquad \lambda = f'(IC)$$

$$\frac{\partial L}{\partial INC} = i - \lambda + \lambda i = 0 \qquad \lambda = \frac{i}{1-i}$$

$$\frac{\partial L}{\partial CNA} = -i + \lambda - \lambda i = 0 \qquad \lambda = \frac{i}{1-i}$$

$$\frac{\partial L}{\partial i} = INC - CNA - \lambda CNA + \lambda INC = 0 \qquad \lambda = -1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = CA + CNA - INC - IC - i\,CNA + i\,INC = 0;$$

$$CNA - INC = \frac{IC - CA}{1-i}$$

Como es sabido, la existencia de un máximo o de un mínimo requiere que se cumplen las condiciones de segundo orden, es decir, que al orlar los menores principales del determinante Hessiano constituido por las segundas derivadas parciales de L con las primeras derivadas parciales de la ecuación de condición, sus signos se alternan empezando por el positivo (máximo), o que tales signos sean todos negativos (mínimo).

$$\begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & g_1 \\ L_{21} & L_{22} & g_2 \\ g_1 & g_2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & g_1 \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & g_2 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & g_3 \\ g_1 & g_2 & g_3 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & g_1 \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & g_2 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & g_3 \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & g_4 \\ g_1 & g_2 & g_3 & g_4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Es decir, todos los determinantes son iguales a cero, no cumpliéndose las condiciones se segundo orden.

A pesar de ellos, la formulación desarrollada se revela de gran interés, según veremos seguidamente. En efecto, la utilización del método de Lagrange en nuestro caso no surgía tanto como un intento de optimización como con el objetivo de analizar la *sensibilidad* de nuestra función a cambios en las variables.

En tal sentido, el método de Lagrange no sólo resuelve el problema de la optimización clásica, sino que los valores de sus multiplicadores miden *la* *respuesta de la función objetivo ante cambios en el parámetro de la restricción.*

Hemos obtenido los multiplicadores correspondientes a algunas de las variables, vamos ahora a complementarlas con la obtención el resto.

Para tal fin se parte de la definición alternativa del Cupo y de la capacidad

$$[20] \quad CF=f(IC)-\frac{i}{1-i}IC+\frac{i}{1-i}CA$$

financiera.

La restricción adoptará la forma

$$[21] \quad CNA+CA-INC-IC-\frac{i}{1-i}IC+$$

$$+\frac{i}{1-i}CA=0$$

Luego

$$[22] \quad L=f(IC)-\frac{i}{1-i}IC+\frac{i}{1-i}CA+\lambda\,(CNA+CA-$$

$$-INC-IC-\frac{i}{1-i}IC+\frac{i}{1-i}CA)$$

$$\frac{\partial L}{\partial IC}=f'(IC)-\frac{i}{1-i}-\lambda-\lambda\frac{i}{1-i}=0$$

$$\lambda=f'(IC)(1-i)-i$$

$$\frac{\partial L}{\partial INC}= \qquad -\lambda=0$$

$$\frac{\partial L}{\partial CA}=\frac{i}{1-i}+\lambda+\lambda\frac{i}{1-i}=0 \qquad \lambda=-i$$

$$\frac{\partial L}{\partial i}=-\frac{1}{(1-i)^2}IC+\frac{1}{(1-i)^2}CA-\lambda\frac{1}{(1-i)^2}IC+$$

$$+\lambda\frac{1}{(1-i)^2}CA \qquad \lambda=-1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda}=CNA+CA-INC-IC-\frac{i}{1-i}IC+$$

$$+\frac{i}{1-i}CA=0$$

$$CNA-INC=\frac{1}{1-i}(IC-CA)$$

Podemos ahora presentar una síntesis de los multiplicadores obtenidos.

Hemos omitido el multiplicador correspondiente al índice de imputación, ya que éste no constituye una vía de financiación del gasto. Por lo demás, el valor de su multiplicador (-1) está en plena correspondencia con el modelo de financiación.

Si, en áreas de una mayor sencillez de cara al análisis de los resultados, suponemos una relación lineal entre IC_{PV} e IC, de modo que f'(IC) = c, el cuadro n.° 2.1 quedaría expresado como se ve en el cuadro n.° 2.2.

Cuadro n.° 2.1 **Multiplicadores de Financiación I**

		FORMA DE FINANCIACION			
		IC	INC	CA	CNA
VARIACION DEL GASTO	CA	f' (IC)	$\frac{i}{1-i}$	—	$\frac{i}{1-i}$
	CNA	f' (IC) (1 − i) − i	0	−i	—

Cuadro n.º 2.2 **Multiplicadores de Financiación II**

	IC	INC	CA	CNA
CA	c	$\frac{i}{1-i}$	—	$\frac{i}{1-i}$
CNA	$c(1-i)-i$	0	$-i$	—

A nuestro entender esto constituye un buen resumen de lo que cabe esperar del comportamiento dinámico del modelo. Las cuestiones claves son el mantenimiento de un adecuado nivel de esfuerzo fiscal (reflejado por el parámetro c) y que no se produzcan incrementos en las cargas asumidas financiados a costa de reducciones en las asumidas (multiplicador -i) (3).

Cabe llamar la atención finalmente sobre el multiplicador que refleja las variaciones de la capacidad financiera ante incrementos de gasto no asumido financiado con ingresos concertados. Su forma resulta extraña en un primer momento, pero su interpretación es muy clara: i y c no son ratios comparables; el primero expresa una razón entre datos del País Vasco y del total del Estado, mientras que la razón que está tras el segundo es un dato del País Vasco en relación con el resto del Estado (excluido el propio País Vasco).

Para expresarlo de otra manera, un aumento de CNA (ver la expresión [19] anterior) no se financia con un aumento igual de IC, sino con un aumento de igual importe de IC y del Cupo; es decir, el aumento de IC será 1 -i, ya que i es precisamente la variación del Cupo (4).

(3) Junto a ellas habría que considerar las variaciones en el índice de imputación, cuyo multiplicador es -1 según hemos visto.

(4) Este es un extremo que no hubiera sido tan fácilmente percibido si, en lugar de acudir al método de Lagrange, hubiésemos tomado directamente derivadas parciales en la expresión (16).

4. CONSIDERACIÓN ESPECIAL DEL DÉFICIT PUBLICO

Hasta ahora en nuestras formulaciones se ha supuesto que la variable INC engloba todo tipo de ingresos contenidos en el presupuesto, a excepción de los tributos concertados. En INC se incluyen por tanto: impuestos, tasas, ingresos patrimoniales... y *el déficit público* (superávit en su caso).

No se puede olvidar, sin embargo, que el déficit público es una fuente de ingresos con características bien diferenciadas, en cuanto que la misma conlleva el nacimiento de nuevos gastos. Del modelo examinado en las páginas anteriores no se derivan efectos singulares propios de una financiación deficitaria del gasto público. Es el momento, ahora, de confirmar o matizar esa conclusión, a cuyo efecto procedemos a plantearlo expresamente en nuestro modelo.

Así, designaremos por D al déficit público, por r al tipo de interés al que se financia, y añadiremos el sufijo NF a determinadas variables para denotar que se trata de ingresos y gastos no financieros (más precisamente, que excluyen los pasivos financieros).

Podremos plantear seguidamente la correspondiente función objetivo y su restricción de la manera siguiente:

[22] $L = f(IC) + i\,INNF - i\,CNANF + i\,D - i\,Dr + \lambda(CA + CNANF + Dr - INCNF - D - IC - i\,CNANF - i\,Dr + i\,INCNF + iD)$

Como se aprecia en dicha ecuación, se ha supuesto la existencia de un volumen de déficit de valor D, que ocasiona una carga financiera por interés cuyo importe es Dr; pasando ambos términos a formar parte de la definición de la ecuación de condición (5).

De la expresión [22] se derivan los siguientes multiplicadores.

$$\frac{\partial CF}{IC} = f'(IC) - \lambda = 0 \qquad \lambda = f'(IC)$$

$$\frac{\partial CF}{\partial INCMP} = i - \lambda + \lambda i = 0 \qquad \lambda = \frac{i}{1-i}$$

$$\frac{\partial CF}{\partial CNANF} = -i + \lambda - \lambda i = 0 \qquad \lambda = \frac{i}{1-i}$$

$$\frac{\partial CF}{\partial D} = i - ir + \lambda r - \lambda - \lambda ir + \lambda i = 0 \quad \lambda = \frac{i(1-r)}{1-i-r(1-i)}$$

$$\lambda = \frac{i}{1-i}$$

$$\frac{\partial CF}{\partial i} = INCNF - CNANF + D - Dr + \lambda (CNANF + INCNF + D - Dr) = 0$$

$$\lambda = -1$$

$$\frac{\partial CF}{\partial \lambda} = (CA + CNANF + Dr - INNF - D - IC - i\,CNANF - i\,Dr + i\,INCNF + i\,D) = 0$$

Valores exactamente iguales a los obtenidos en el apartado anterior.

Y si hubiésemos partido de la formulación alternativa de la capacidad financiera

$$[23] \quad CF = f(IC) - \frac{1}{1-i}IC + \frac{i}{1-i}CA + \lambda\left(CNANF + Dr + CA - INCNF - D - IC - \frac{1}{1-i}IC + \frac{i}{1-i}CA\right)$$

Es fácilmente comprobable que los resultados se repiten también con exactitud.

Todo ello viene a demostrar que la disyuntiva de financiar un determinado incremento del gasto mediante ingresos o mediante déficit es irrelevante desde el punto de vista de la capacidad financiera. Que no se resienta la capacidad financiera no significa, obviamente, que resulte indiferente desde una perspectiva económica: el déficit actual significa mayores gastos futuros que deberán financiarse en un esfuerzo fiscal suplementario.

Queremos llamar la atención sobre cómo una primera visión de la expresión [22] parece sugerir que una variación de D implica un efecto neto de i (1-r), de donde se deduciría que una financiación deficitaria llevaría aparejada una reducción de la capacidad financiera (en términos comparativos respecto de otras fuentes, se entiende). Ello no es, sin embargo, así, ya que implicaría desconocer que debe mantenerse el equilibrio presupuestario representado por la restricción o ecuación de condición en el método de Lagrange (6).

Cabe preguntarse, finalmente, qué ocurre si en lugar de déficit se registra un superávit. Pues bien, hay que considerar que el planteamiento diferirá únicamente en la medida en que el superávit no es una fuente alternativa de financiación, ya que por lo demás la simetría es total: cambiando el signo de D y eliminando el término dr (o incluso manteniéndolo bajo el supuesto de que es el producto financiero derivado del superávit) se observa que el superávit ejerce el efecto opuesto al déficit y que el multiplicador que liga los incrementos de gasto con el superávit tiene signo negativo (un incremento de las cargas asumidas debe financiarse con una disminución del superávit, $\lambda = i/(1-i)$.

5. LA ADAPTACIÓN DEL CONCIERTO ECONÓMICO AL IMPUESTO SOBRE EL VALOR AÑADIDO (7)

Por Ley 49/1985, de 27 de diciembre, se procedió a la adaptación del Concierto Económico con la Comunidad Autónoma del País Vasco al Impuesto sobre el Valor Añadido. Dicha adaptación ha supuesto, como no podía ser menos, una considerable transformación del capítulo

(5) La ecuación simula la existencia de un déficit financiado mediante un activo de los denominados de rendimiento implícito (pagarés del Tesoro), emitido a un año con interés r. El total del pago de intereses se efectúa en el ejercicio actual y el principal se devolvería en el siguiente.

(6) Nuevamente, el método de Lagrange nos libra del posible error que hubiéremos cometido si, una vez formulado el problema, hubiéramos tomado directamente derivados parciales en la función objetivo de la expresión [22].

(7) El presente apartado realiza un análisis del modelo tras la adaptación del IVA, pero en modo alguno supone un examen de la transición del anterior modelo al nuevo.

primero de la Ley 13/ 1981, que regula los tributos objeto de Concierto. Pero sus efectos no se detienen ahí, sino que se adentran en el campo propio de la MDC, ejerciendo importantes implicaciones en el resultado financiero del modelo.

En efecto, el nuevo artículo 51 (Ajustes) contiene la enunciación cifrada de un ajuste a practicar a la recaudación que obtenga el País Vasco. La definición de dicho ajuste se encuentra en la Disposición Adicional Sexta del propio texto legal, y es nuestro objetivo inmediato incorporarla al análisis del sistema realizado en anteriores apartados.

El mecanismo de ajuste del IVA se puede definir de la manera siguiente:

[24] $A = a.\ IVAD + (a-b)\ H$

Siendo:

$$H = \frac{IVA_{PV}}{b} \quad \text{si} \quad \frac{IVA_{PV}}{IVA} \leq \frac{b}{1-b}$$

$$H = \frac{IVA}{1-b} \quad \text{si} \quad \frac{IVA_{PV}}{IVA} \geq \frac{b}{1-b}$$

A = Importe del ajuste.
IVAD = Recaudación real anual en aduanas.
IVA = Recaudación real anual en el resto del Estado.
IVA_{pv} = Recaudación real anual en el País Vasco.

$$a = \frac{\text{Consumo de los residentes País Vasco}}{\text{Consumo de los residentes Estado (menos Canarias, Ceuta y Melilla)}}$$

$$b = \frac{v-f-x}{V-F-X}$$

v = Valor añadido bruto al coste de los factores País Vasco.
V = ídem del Estado (menos Canarias, Ceuta y Melilla).
f = Formación bruta de capital del País Vasco.
F = ídem del Estado (menos Canarias, Ceuta y Melilla).
x = Exportaciones del País Vasco.
X = ídem del Estado (menos Canarias, Ceuta y Melilla).

El importe del ajuste es una cantidad a añadir a la recaudación que se obtenga en el País Vasco.

De cara a construir nuestro sistema supondremos para empezar que

$$\frac{IVA_{PV}}{IVA} \geq \frac{b}{1-b} \quad \text{y, por tanto, que } H = \frac{IVA}{1-b}$$

La identidad presupuestaria vendrá ahora dada por

[25] IC’ + IVAD + IVA + INC’ + C' = CA + CNA (8)

Y podemos proceder a definir el nuevo Cupo ajustado.

[26] $C' = i\ CNA - i\ INC' - A$

$$C' = i\ (IC' + IVAD + IVA + C' - CA) - A$$

$$C' = \frac{i}{1-i} IC' + \frac{i}{1-i} IVAD + \frac{i}{1-i} IVA - \frac{i}{1-i} CA - \frac{A}{1-i}$$

Sustituyendo A por su equivalente.

[27] $A = a\ IVAD + \frac{a-b}{1-b} IVA$

[28] $$C' = \frac{i}{1-i} IC' + \frac{i-a}{1-i} IVAD + \frac{i}{1-i} IVA - \frac{(a-b)}{(1-b)\ (1-i)} IVA - \frac{i}{1-i} CA$$

[29] $$C' = \frac{i}{1-i} IC' + \frac{i-a}{1-i} IVAD + \frac{IVA}{1-i} \left(i - \frac{a-b}{1-b}\right) - \frac{i}{1-i} CA$$

Si hacemos ahora $IC'_{PV} = f\ (IC')$ e $IVA_{PV} = h\ (IVA)$, podemos definir la capacidad financiera como

[30] $$CF = f\ (IC') - \frac{i}{1-i} IC' + h\ (IVA) - \frac{IVA}{1-1} \left(i - \frac{a-b}{1-b}\right) - \frac{i-a}{1-i} IVAD + \frac{i}{1-i} CA$$

(8) Por IC’ entendemos ahora los ingresos concertados excluido el IVA, por C' el Cupo ajustado, y por INC' el nuevo bloque de ingresos no concertados derivado de las modificaciones que supone el IVA.

y su restricción

$$(CNA+CA-IC'-IVAD-INC-IVA-\frac{i}{1-i}IC'-$$
$$-\frac{i-a}{1-i}IVAD-\frac{IVA}{1-i}(i-\frac{a-b}{1-b})+\frac{i}{1-i}CA)$$

Para no recargar excesivamente la exposición, vamos a limitarnos a obtener los dos nuevos multiplicadores relacionados con el IVA, bajo el supuesto de una relación lineal en la función IVA_{PV} = h (IVA) tal que h' (IVA) = v

= v

$$\frac{\partial CF}{\partial IVAD}=-\frac{i-a}{1-i}-\lambda-\lambda\frac{i-a}{1-i}=0 \qquad \lambda=\frac{a-i}{1-a}$$

$$\frac{\partial ICF}{\partial IVA}=v-\frac{(i-\frac{a-b}{1-b})}{1-i}-\lambda-\lambda\frac{(i-\frac{a-b}{1-i})}{1-i}=0$$

Si para simplificar designamos por la letra t al coeficiente a-b/1-b, que define la pendiente de la ecuación de ajuste [27], podemos expresar el multiplicador como

$$[31] \quad \lambda=\frac{v\ (1-i)-i+t}{1-t}$$

Que en caso de ser completamente desarrollado se transforma en

$$[32] \quad \lambda=\frac{v\ (1-i)(1-b)-i\ (1-b)+a-b}{(1-i)(1-b)+i\ (1-b)-a+b}$$

A pesar de su mayor complejidad, el valor del multiplicador está en plena correspondencia con sus homólogos anteriores, con la particularidad de la inclusión del ajuste, claro está. Así, si el ajuste no existiera (t = 0), la expresión [31] sería λ = v (1-i) - i, idéntica a la de los demás impuestos concertados. Por lo demás, la explicación del resultado sigue siendo la misma; a saber: el incremento del gasto en cargas no asumidas se financia en parte a través de la variable IVA y en parte a través del Cupo (9).

(9) No es difícil demostrar que en el presente caso tales partes son 1-i/1-t e i-t/1-t, respectivamente. Ambas suman la unidad (1-i/1-t + i-t/1-t = 1-t/1 - t=1); pero en modo alguno constituye el reparto de una unidad, sino de 1-t, precisamente porque t es la proporción del IVA destinada al ajuste. Si 1-i/1-t es la variación de la variable IVA e i-t/1-t la del Cupo, el efecto global vendrá dado por v (1-i/1-t) - i-t/1-t = v (1-i) -i + t/1 -t, que no es otro valor que el del multiplicador. Hay que tener en cuenta que para financiar un gasto de una unidad no basta con un incremento del IVA de una unidad, sino de 1/1-t, ya que todo aumento implica una filtración a través del ajuste de importe t.

Las expresiones del multiplicador [31] y [32] descansan bajo el supuesto de que v > b/1-b, lo que determinaba la utilización de la fórmula de ajuste descrita por [27]. Sin embargo, si ello no fuera así, si v < b/1-b, la fórmula de ajuste indicada vendría dada por

$$[33] \quad A'=a\ IVAD+\frac{a-b}{b}IVA_{PV}$$

O lo que es igual

$$[34] \quad A'=a\ IVAD+\frac{a-b}{b}h\ (IVA)$$

Que conduciría a la siguiente formulación del Cupo.

$$[35] \quad C'=\frac{i}{1-i}IC'+\frac{i-a}{1-i}IVAD+\frac{i}{1-i}IVA-$$
$$-\frac{a-b}{b\ (1-i)}h\ (IVA)-\frac{i}{1-i}CA$$

En consecuencia, la capacidad financiera será:

$$[36] \quad CF=f\ (IC')\ \frac{i}{1-i}IC'+h\ (IVA)+\frac{a-b}{b\ (1-i)}h$$
$$(IVA)\ -\frac{i}{1-i}IVA-\frac{i-A}{1-i}IVAD+\frac{i}{1-i}CA$$

Y su restricción.

$$(CNA+CA-IC'-IVAD-INC'-IVA-\frac{i}{1-i}IC'-$$
$$-\frac{i-a}{1-i}IVAD-\frac{i}{1-i}IVA+\frac{a-b}{b\ (1-i)}h\ (IVA)+$$
$$+\frac{i}{1-i}CA)$$

Bajo el supuesto de que h' (IVA)=v

$$\frac{\partial CF}{\partial !VA}=v\ (1+\frac{a-b}{b\ (1-i)})-\frac{i}{1-i}-\lambda-$$
$$-\frac{i}{1-i}\lambda+v\ (\frac{a-b}{b\ (1-i)})\ \lambda=0$$

Haciendo $t'=\frac{a-b}{b}$

$$[37] \quad \lambda=\frac{v\ (1-i)+vt'-i}{1-vt'}\ (10)$$

(10) En este caso las variaciones de las variables IVA y C serán respectivamente de 1 -i/1 -vt' e i-vt'/1 -vt'.

Es fácil apreciar que cuando v = b /1 -b los dos multiplicadores—[31] y [37]—arrojan el mismo resultado. Sustituyendo en [37]

$$\lambda=\frac{v\,(1-i)-i+\frac{b}{1-b}\,\frac{a-b}{b}}{1-\frac{b}{1-b}\,\frac{a-b}{b}}=\frac{v\,(1-i)-i+t}{1-t}$$

se obtiene la equivalencia de las dos formulaciones, tal y como cabía esperar de los términos en que está definido el ajuste.

Vamos ahora a obtener los multiplicadores correspondientes a las cargas asumidas.

Partiendo de la definición del Cupo ajustado.

$$[38]\quad C'=i\ CNA-i\ INC'-a\ IVAD-\frac{a-b}{1-b}\ IVA$$

[39] Definimos la función objetivo y su restricción.

$$L=f\,(IC')+h\,(IVA)+\frac{a-b}{1-b}\,IVA+a\ IVAD-i\ CNA-$$

$$-i\ INC'+\lambda\ (CA+CNA-IC'-IVAD-INC'-IVA-i$$

$$CNA+i\ INC'+a\ IVAD+\frac{a-b}{1-b}\ IVA)$$

$$\frac{\partial CF}{\partial IVAD}=a-\lambda+\lambda a=0 \qquad \lambda=\frac{a}{1-a}$$

$$\frac{\partial CF}{\partial IVA}=v+\frac{a-b}{1-b}-\lambda+\lambda\,\frac{a-b}{1-b}=0$$

$$\lambda=\frac{v+\frac{a-b}{1-b}}{1-\frac{a-b}{1-b}}$$

Teniendo en cuenta que $t=\frac{a-b}{1-b}$

$$[40]\quad \lambda=\frac{v+t}{1-t}$$

Y si hubiésemos partido de la definición alternativa del ajuste, debido a que v<b/1-b, tendríamos

$$[41]\quad C'=i\ CNA-i\ INC'-a\ IVAD-\frac{a-b}{b}\ IVA_{PV}$$

$$[42]\quad C'=i\ CNA-i\ INC'-a\ IVAD-\frac{a-b}{b}\ h\ (IVA)$$

La capacidad financiera sería entonces

$$[43]\quad CF=f\,(IC')+h\,(IVA)+\frac{a-b}{b}\,h\,(IVA)+$$

$$+a\ IVAD-i\ CNA+i\ INC$$

Y su restricción

$$(CA+CNA-IC'-IVAD-INC'-IVA-i\ CNA-$$

$$-i\ INC'+a\ IVAD+\frac{a-b}{b}\,h\ (IVA))$$

$$\frac{\partial CF}{\partial IVA}=v+\frac{a-b}{b}\,v-\lambda+\lambda\,\frac{a-b}{b}\,v=0$$

$$\lambda=\frac{v\,(1+\frac{a-b}{b})}{1-v\,\frac{a-b}{b}}$$

Teniendo en cuenta que t'=a-b/b

$$[44]\quad \lambda=\frac{v+vt'}{1-vt'}$$

Hasta aquí hemos completado toda la casuística que puede presentarse en el modelo, de forma que podemos ofrecer una síntesis general. En el cuadro n.° 5.1. figuran todos los posibles multiplicadores con una explicación del significado de las variables que intervienen en los mismos. Antes de pasar a comentarlos queremos precisar los cambios que se han producido en el modelo desde una perspectiva estética.

Si observamos la definición de la capacidad financiera tras la introducción del IVA:

$$[45]\quad CF=(c-\frac{i}{1-i})\ IC+\ (v-\frac{i-t}{1-i}\ IVA-$$

$$-\frac{i-a}{1-i}\ IVAD+\frac{i}{1-i}\ CA$$

Podemos concluir que el País Vasco sigue financiando las cargas asumidas en base al índice de imputación y al esfuerzo fiscal desarrollado en los impuestos concertados (c-i / 1-i). Pero surgen dos modificaciones de importancia debidas al ajuste del IVA, que son las siguientes:

1. En el caso del Impuesto sobre el Valor Añadido, el esfuerzo fiscal no se determina con referencia al índice de imputación, sino a este

Cuadro n.º 5.1 **Multiplicadores de financiación III**

FINANCIACION VARIACION GASTOS	INGRESOS CONCERTADOS	INGRESOS NO CONCERTADOS	DEFICIT PUBLICO	IVA ADUANAS	IVA INTERIOR		CARGAS ASUMIDAS	CARGAS NO ASUMIDAS
					$b > b/1-b$	$b < b/1-b$		
CARGAS ASUMIDAS *CA*	c	$\frac{i}{1-i}$	$\frac{i}{1-i}$	$\frac{a}{1-a}$	$\frac{v+t}{1-t}$	$\frac{v+vt'}{1-vt'}$	—	$\frac{i}{1-i}$
CARGAS NO ASUMIDAS *CNA*	$c(1-i)-i$	0	0	$\frac{a-i}{1-a}$	$\frac{v(1-i)-i+t}{1-t}$	$\frac{v(1-i)-i+vt'}{1-vt'}$	$-i$	—

i = Indice de imputación (básicamente renta).

$$c = \frac{IC_{PV}}{IC} = \frac{\text{Ingresos concertados recaudados en el País Vasco}}{\text{Ingresos concertados recaudados en el resto del Estado}} \qquad t = \frac{a-b}{1-b}$$

$$a = \frac{\text{Consumo de los residentes en el País Vasco}}{\text{Consumo de los residentes en el Estado (menos Canarias, Ceuta y Melilla}} \qquad t' = \frac{a-b}{b}$$

$$b = \frac{v-f-e}{V-F-E} : \frac{\text{Valor añadido bruto, formación bruta de capital y exportaciones del País Vasco}}{\text{Idem del Estado, excepto Canarias, Ceuta y Melilla}}$$

$$v = \frac{IVA_{PV}}{IVA} : \frac{\text{IVA recaudado en el País Vasco}}{\text{IVA recaudado en el resto del Estado (sólo IVA interior)}}$$

índice corregido por la diferencia existente entre el consumo y lo que se entiende como la base de aplicación del IVA interior (parámetro b). Para comprender el significado de esto, debe tenerse en cuenta que a igualdad de esfuerzos fiscales el coeficiente v debe ser igual al b, que refleja la proporción de las bases sujetas al impuesto, y de ello se deduce que el País Vasco únicamente percibirá la diferencia entre sus ratios de consumo y renta (a-i).

2. Prescindiendo de la verdadera naturaleza del IVA a la importación recaudado en las aduanas (impuesto concertado o no concertado), su comportamiento se asemeja al de los ingresos no concertados, pero con una particularidad: su compensación en el Cupo no se realiza en función del índice de imputación, sino del consumo, de ahí que el País Vasco reciba nuevamente una cantidad suplementaria en la medida en que su consumo supere a su renta (a - i).

En suma, los cambios introducidos responden a la filosofía que inspiró la introducción del ajuste: el IVA vigente en todo el espacio de la Comunidad Económica Europea es un impuesto sobre el consumo, luego, en ausencia de fronteras fiscales, hay que redistribuir la recaudación (generada en el lugar en que se produce la incorporación de valor añadido) en función del consumo, de forma que cada administración ingrese el IVA soportado por sus propios contribuyentes.

Un principio así no implica un puro y simple reparto en función del consumo, sino que, tal y como sucede en el modelo de Concierto que comentamos, se preserva el debido incentivo para un mayor esfuerzo fiscal: en la medida en que v > b, además de la diferencia entre el consumo y la base del impuesto, se percibirá una cantidad suplementaria motivada por una mayor presión fiscal (11).

(11) Una filosofía como la expuesta no Implica necesariamente un ajuste exactamente igual al del modelo analizado. Satisfaciendo idénticos principios se pueden plantear definiciones alternativas, cuyo análisis dejamos para otra ocasión, ya que desborda el contexto del presente artículo.

Una vez descritas las características del modelo desde un punto de vista estático, volvemos a nuestra segunda cuestión fundamental: la dinámica. ¿Cómo funciona el modelo una vez puesto en marcha? ¿Cómo responde el resultado financiero a cambios en las variables? Los multiplicadores del Cuadro n.° 5.1. proporcionan una respuesta a tales cuestiones, siempre sobre la base de considerar variaciones del gasto público tanto en competencias asumidas como en no asumidas.

Muchas implicaciones han sido ya puestas de manifiesto: la indiferencia, desde el punto de vista de la capacidad financiera, de la financiación del gasto mediante déficit o mediante ingresos no concertados; la disfunción y pérdida de capacidad que se puede producir si se financian cargas no asumidas con disminución de las asumidas (12) o, en fin, la aparente rareza del multiplicador correspondiente a las variaciones en las cargas no asumidas financiadas con ingresos concertados. Interesa ahora añadir a aquéllas: la especificidad de los multiplicadores del IVA a la importación, que descansan sobre el ratio de consumo y que pueden suponer ingresos (a>¡) aún en el caso de que financien cargas no asumidas; y, sobre todo, la complejidad que la fórmula de ajuste introduce en los multiplicadores de un impuesto concertado como es el IVA interior. Sobre este último punto, hay que recordar que tales multiplicadores pueden tener un destacado protagonismo en el futuro inmediato, ya .que el IVA está llamado a ser un concepto impositivo muy dinámico, más aún si cabe desde la perspectiva de unos tipos impositivos no muy elevados y de una creciente armonización fiscal europea.

(12) Posibilidad estrechamente ligada al propio peso que las competencias asumidas alcancen en el presupuesto del Estado.

APÉNDICE
UNA NOTA SOBRE LA GENERALIZACIÓN DEL SISTEMA DE CONCIERTO

0. Introducción

A menudo, cuando se abordan temas relacionados con la financiación de las Comunidades Autónomas, se suele plantear el supuesto hipotético de una generalización del Concierto como sistema de financiación. Sean cuales fueren el espíritu y el contexto en el que habitualmente se realizan tales exámenes, es evidente que en nuestro caso el acercamiento a la cuestión está alejado de cualquier pretensión valorativa o prescriptiva debiendo entenderse como una prolongación del análisis de las características básicas del sistema.

Frente a la exclusiva contemplación de los aspectos tributarios del Concierto, nosotros hemos llamado la atención sobre el modelo financiero subyacente bajo la actual metodología del Cupo. Ahora, nuevamente, trataremos de analizar dicho modelo desde la perspectiva de su posible generalización.

1. Una primera aproximación

De acuerdo con el modelo de Concierto que hemos definido en páginas anteriores, cabría preguntarse qué modificaciones se producen en las variables consideradas en el caso de una generalización. La respuesta a esa cuestión, bajo el supuesto de un mismo nivel de competencias, sería la siguiente. Dada la expresión inicial del presupuesto.

[A1] $CA + CNA = IC + INC + C$

Se transformaría en

[A2] $CNA = INC + C$

Ya que los ingresos concertados y las cargas asumidas no pueden ya figurar en el presupuesto del Estado.

Por otra parte, es evidente que si hay n Comunidades

[A3] $C = \sum_{j=1}^{n} Cj$ (1)

Viniendo dada la capacidad financiera de la Comunidad j-ésima por

[A4] $CF_j = IC_j - C_j$

Pues bien, un sistema como el presente es, desde luego, imaginable —incluso podría pensarse en una redefinición de IC e INC. al objeto de que las fuentes de ingreso del Estado no quedasen carentes de flexibilidad—; pero no resolvería adecuadamente el problema de la distribución de recursos. En efecto, basta comprobar que el Estado puede fijar arbitrariamente sus gastos (CNA), el esfuerzo fiscal a desarrollar (INC) y, por definición, el resto queda a cargo de las Comunidades Autónomas. El modelo es enormemente desigual y no garantiza la suficiencia financiera de las autonomías.

Que el modelo no sea aceptable no tiene mayor importancia, ya que antes que eso es inaplicable por irreal, debido a la falta de homogeneidad de los niveles competenciales.

Hay que proceder, por lo tanto, a analizar el modelo bajo el supuesto de existencia de distintos techos competenciales.

2. Un supuesto de generalización incompleta

Partimos de la hipótesis de que existen diversos niveles competenciales, pero de que la generalización del modelo no es total: sólo n Comunidades de un total de n + 1 obtienen financiación a través del sistema de Concierto.

Para cada una de las CCAA. (1 a n) se cumplirá la correspondiente igualdad presupuestaria.

$$
[A5]\quad
\begin{array}{ccccccccccccccc}
IC & + & C_1 & + & C_2 & + & C_3 & + & \ldots & + & C_n & + & INC & = & CNA_1 + CA_1 \\
IC & + & C_1 & + & C_2 & + & C_3 & + & \ldots & + & C_n & + & INC & = & CNA_2 + CA_2 \\
IC & + & C_1 & + & C_2 & + & C_3 & + & \ldots & + & C_n & + & INC & = & CNA_3 + CA_3 \\
\text{»} & & \text{»} & & \text{»} & & \text{»} & & & & \text{»} & & & & \text{»} \\
\text{»} & & \text{»} & & \text{»} & & \text{»} & & & & \text{»} & & & & \text{»} \\
\text{»} & & \text{»} & & \text{»} & & \text{»} & & & & \text{»} & & & & \text{»} \\
IC & + & C_1 & + & C_2 & + & C_3 & + & \ldots & + & C_n & + & INC & = & CNA_n + CA_n
\end{array}
$$

(1) Para tal distribución los índices de imputación deberán sumar la unidad.

La definición de los Cupos de acuerdo con nuestro modelo sería

$$
[A6]\quad
\begin{array}{lcccccc}
C_1 & = & i_1 & CNA_1 & - & i_1 & INC \\
C_2 & = & i_2 & CNA_2 & - & i_2 & INC \\
C_3 & = & i_3 & CNA_3 & - & i_3 & INC \\
\text{»} & & \text{»} & \text{»} & & \text{»} & \text{»} \\
\text{»} & & \text{»} & \text{»} & & \text{»} & \text{»} \\
\text{»} & & \text{»} & \text{»} & & \text{»} & \text{»} \\
C_n & = & i_n & CNA_n & - & i_n & INC
\end{array}
$$

Que expresado en forma matricial queda

[A/7]

$$
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ \text{»} \\ \text{»} \\ \text{»} \\ C_n \end{bmatrix}}
=
\underset{n\times n}{\begin{bmatrix}
i_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & i_2 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 0 & i_3 & \dots & 0 \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} & & \text{»} \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} & & \text{»} \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} & & \text{»} \\
0 & 0 & 0 & \dots & i_n
\end{bmatrix}}
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix}
CNA_1 - INC \\
CNA_2 - INC \\
CNA_3 - INC \\
\text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \\
CNA_n - INC
\end{bmatrix}}
$$

Desarrollando ahora el sistema descrito en [A5]

$$
[A8]\quad
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix} IC \\ IC \\ IC \\ \text{»} \\ \text{»} \\ \text{»} \\ IC \end{bmatrix}}
+
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix}
C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \\
C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \\
C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \\
\text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n
\end{bmatrix}}
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix} CA_1 \\ CA_2 \\ CA_3 \\ \text{»} \\ \text{»} \\ \text{»} \\ CA_n \end{bmatrix}}
=
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix}
CNA_1 - INC \\
CNA_2 - INC \\
CNA_{fi} - INC \\
\text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \\
CNA_n - INC
\end{bmatrix}}
$$

Luego, sustituyendo en la expresión [A7]

$$
[A9]\quad
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ \text{»} \\ \text{»} \\ \text{»} \\ C_n \end{bmatrix}}
=
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix} i_1IC \\ i_2IC \\ i_3IC \\ \text{»} \\ \text{»} \\ \text{»} \\ i_nIC \end{bmatrix}}
+
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix}
i_1C_1 + i_1C_2 + i_1C_3 + \dots + i_1C_n \\
i_2C_1 + i_2C_2 + i_2C_3 + \dots + i_2C_n \\
i_3C_1 + i_3C_2 + i_3C_3 + \dots + i_3C_n \\
\text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
i_nC_1 + i_nC_2 + i_nC_3 + \dots + i_nC_n
\end{bmatrix}}
-
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix} i_1CA_1 \\ i_2CA_2 \\ i_3CA_3 \\ \text{»} \\ \text{»} \\ \text{»} \\ i_nCA_n \end{bmatrix}}
$$

Reordenando [A9]

$$
[A10]\quad
\underset{n\times n}{\begin{bmatrix}
(1-i_1) & - i_1 & - i_1 & \dots & -i_1 \\
-i_2 & + (1-i_2) & - i_2 & \dots & -i_2 \\
-i_3 & - i_3 & + (1-i_3) & \dots & -i_3 \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} & & \text{»} \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} & & \text{»} \\
\text{»} & \text{»} & \text{»} & & \text{»} \\
-i_n & - i_n & - i_n & \dots & +(1-i_n)
\end{bmatrix}}
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ \text{»} \\ \text{»} \\ \text{»} \\ C_n \end{bmatrix}}
=
\underset{n\times 1}{\begin{bmatrix}
i_1\ (IC - CA_1) \\
i_2\ (IC - CA_2) \\
i_3\ (IC - CA_3) \\
\text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
\text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \\
i_n\ (IC - CA_n)
\end{bmatrix}}
$$

[A10] describe un sistema que adopta la forma (I-P)C = B; en el que

$$P=\underbrace{\begin{bmatrix} i_1 & i_1 & i_1 & \dots & i_1 \\ i_2 & i_2 & i_2 & \dots & i_2 \\ i_3 & i_3 & i_3 & \dots & i_3 \\ » & » & » & & » \\ » & » & » & & » \\ » & » & » & & » \\ i_n & i_n & i_n & \dots & i_n \end{bmatrix}}_{n\times n}, \quad C=\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ » \\ » \\ » \\ C_n \end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix} i_1 & (IC-CA_1) \\ i_2 & (IC-CA_2) \\ i_3 & (IC-CA_3) \\ » & » \\ » & » \\ » & » \\ i_n & (IC-CA_n) \end{bmatrix}$$

La solución del sistema descrito es, como se sabe, del tipo siguiente:

$$(I - P)^{-1} (I - P)C = (I - P)^{-1}B$$

[A11] $C = (I – P)^{-1}B$

Sabemos que la condición necesaria y suficiente para que el sistema [A10] sea compatible es que la matriz (I - P) y la matriz ampliada, resultado de orlar la anterior con el término independiente B, tengan el mismo rango (Teorema de Rouché-Frobenius).

Si expresamos la matriz (I - P) en la forma (P' - βI), en la que P' es la misma matriz P con sus elementos cambiados de signo y donde β es un escalar que toma el valor -1; sabemos que el determinante de (P'-βI) es un polinomio de grado n-ésimo en β de la forma siguiente:

$$|P'-\beta I| = (-\beta)^n + K_{n-1}(-\beta)^{n-1} + \dots K_1(-\beta) +$$

Donde $K_{n-1}, K_{n-2}, \dots K_1\ K_0$ son sumas de determinantes de submatrices de A; y dado que β = -1 y que los elementos de P' son de signo negativo, el polinomio característico será:

[A12] $|I-P| = 1 - i_1 - i_2 - i_3 - \dots - i_n$

En definitiva, el rango de la matriz (I - P) es n porque el determinante de esa orden es distinto de cero.

Cabe preguntarse ahora por el rango de la matriz ampliada.

[A13]

$$(I-P,\ B)=\underbrace{\begin{bmatrix} (1-i_1) & -i_1 & -i_1 & i_1 & (IC-CA_1) \\ -i_2 & (1-i_2) & -i_2 & i_2 & (IC-CA_2) \\ -i_3 & -i_3 & (1-i_3) & i_3 & (IC-CA_3) \\ » & » & » & » & » \\ » & » & » & » & » \\ » & » & » & » & » \\ -i_n & -i_n & (1-i_n) & i_n & (IC-CA_n) \end{bmatrix}}_{n\times n+1}$$

Si el rango de (I - P) es n, el rango de (I -P, B) no podrá ser superior a n, ya que no se dispone sino de n filas para orlar la matriz primitiva con el mismo vector. Como ya conocemos un menor cuyo determinante es distinto de cero, el rango de la matriz ampliada debe ser n.

En consecuencia, el sistema de ecuaciones será compatible y determinado (Teorema de Rouché-Frobenius), admitiendo una única solución.

Nuestro sistema puede adoptar la forma de una ecuación homogénea en el caso en que $(IC)_{nx1}$, y $(CA)_{nxl}$ fuesen idénticamente iguales. Entonces, la solución sería una vector característico o autovector de la matriz A, que no será otro que la solución trivial: C = 0 (en plena correspondencia con la MDC).

Puede también ocurrir que sólo alguna de las soluciones sea igual a cero. Supongamos que la n-ésima Comunidad tenga un cupo igual a cero. Entonces,

$$\begin{vmatrix} (1-i_1) & -i_1 & -i_1 & \dots & i_1 & (IC-CA_1) \\ -i_2 & (1-i_2) & -i_2 & \dots & i_2 & (IC-CA_2) \\ -i_3 & -i_3 & (1-i_3) & \dots & i_3 & (IC-CA_3) \\ » & » & » & & » & » \\ » & » & » & & » & » \\ » & » & » & & » & » \\ -i_n & -i_n & -i_n & \dots & i_n & (IC-CA_2) \end{vmatrix}=0$$

De donde

[A15] $$CA_n=\frac{IC-i_1\ CA_1-i_2\ CA_2\dots-i_{n-1}\ CA_{n-1}}{1-i_1-i_2\dots-i_{n-1}}$$

Todo ello de acuerdo con la regla de Cramer, según la cual una incógnita puede expresarse como cociente de dos determinantes: el determinante obtenido reemplazando la incógnita en cuestión por el vector independiente

pendiente B (numerador) y el determinante de la matriz de los coeficientes (denominador).

En síntesis, en este apartado se ha mostrado la plena viabilidad del modelo bajo el supuesto de una generación no total.

3. Análisis del supuesto de generalización total

Suponemos ahora que la generalización del sistema de Concierto es completa. En consecuencia, todas las CCAA recaudan ahora tributos concertados y, por lo tanto, la variable IC desaparece de nuestro sistema de ecuaciones. Pero no es ése el único cambio que se produce en el sistema (A5), sino que también nos encontramos con una ecuación más; es, pues, un sistema de n + 1 ecuaciones con n + 1 incógnitas (Cupos).

Si repetimos el proceso seguido antes para su resolución, nada cambia, salvo la desaparición de la variable IC en el término independiente B y el tamaño de la matriz P, que ahora será de n + 1 filas por n + 1 columnas.

Pues bien, la primera conclusión que salta a la vista es que, siguiendo la expresión [A12], el determinante de la matriz (I-P) (2) resulta igual a cero.

[A16] $| I-P | = 1 - i_1 - i_2 - i_3 - ..... - i_n - i_{n+1} = 0$

ya que al haberse generalizado totalmente el sistema,

$$\sum_{i=1}^{i=n+1} i = 1.$$

De ello se deduce que el rango de la nueva matriz (I - P) debe ser igual a n. Por lo que respecta al rango de la matriz ampliada (I - P,B), al ser ésta de orden n + 1 por n+2, su rango máximo será n+1, para lo cual deberá existir un determinante de ese orden distinto de cero. A efectos de comprobarlo, tomamos un menor de orden n y lo orlamos con el vector del término independiente y la fila n+1; su determinante será:

(2) Se recuerda que P es ahora una matriz de orden n + 1 por n+1.

$$[A17]\begin{vmatrix} (1-i_1) & -i_1 & -i_1 & \dots & -i_1 & -i_1\,CA_1 \\ -i_2 & (1-i_2) & -i_2 & \dots & -i_2 & -i_2\,CA_2 \\ -i_3 & -i_3 & (1-i_3) & \dots & -i_3 & -i_3\,CA_3 \\ & & & & & \\ -i_n & -i_n & -i_n & (1-i_n) & -i_n & CA_n \\ -i_{n+1} & -i_{n+1} & -i_{n+1} & -i_{n+1} & -i_{n+1} & CA_{n+1} \end{vmatrix}$$

Sólo en el caso que dicho determinante [A17] sea cero, el rango de la matriz ampliada será igual a n.

Si tal determinante se iguala a cero, es fácil obtener la siguiente condición.

$$[A18]\quad CA_{n+1} = \frac{i_1CA_1 - i_2CA_2 - i_3CA_3 ... - i_n CA_n}{1 - i_1 - i_2 - i_3 ... - i_n}$$

El cumplimiento de [A18] pugna con la naturaleza del sistema que analizamos, en el que todos los valores de las variables son necesariamente positivos. Así que el rango de la matriz ampliada es n + 1 y el sistema es incompatible (3).

4. A modo de resumen: la necesidad de un «centro»

Hemos probado que el sistema de Concierto bajo la actual MDC no se puede generalizar de forma absoluta, aunque sí a un número de Comunidades tan elevado como se quiera, mientras no alcance a la totalidad. Ello quiere decir que el sistema necesita un «centro» como punto ineludible de referencia. ¿De dónde se deriva tal necesidad?

Ya antes se ha puesto de manifiesto la doble vertiente del sistema: contribución-financiación. Para explicar la primera basta con aplicar un índice a las cargas no asumidas minoradas en los ingresos no concertados; pero esta visión no alcanza a explicar la verdadera naturaleza del sistema. Como mostramos en un apartado anterior, es posible diseñar un sistema sobre esa base, pero el mismo es ajeno al Concierto desde el momento en que sólo garantiza la suficiencia financiera del Estado.

(3) En el caso (irreal) en que [A18] se cumpliera el sistema sería compatible, aunque indeterminado, ya que existirían n+1 incógnitas ligadas por n ecuaciones linealmente independientes.

La vertiente, que hemos denominado de financiación, nos brinda la otra cara del sistema, diciéndonos que la financiación a recibir es equivalente al índice de imputación —el mismo que sirve de criterio de contribución a las cargas no asumidas— aplicado a las cargas asumidas más el esfuerzo fiscal que se desarrolle. En otras palabras, a igualdad de esfuerzos fiscales, el sistema de Concierto distribuye equitativamente los recursos disponibles, entendiendo por equitativa una distribución que se hace en proporción al volumen de gasto público que debe afrontar cada Administración.

Es evidente que para mantener estas características es necesario que se pueda identificar en el presupuesto del Estado el bloque de competencias asumidas por cada Comunidad Autónoma que se financia a través del Concierto; en otras palabras, es necesario un «centro» que sirva de referencia al conjunto del sistema.

En nuestro análisis bastaba con que una Comunidad permaneciese ajena al sistema de Concierto para que la generalización fuese viable. Esto es así, desde luego, pero se comprenderá fácilmente que es conveniente que esa Comunidad o Comunidades que actúen de «centro» tengan una dimensión suficiente para que la diversidad del bloque competencial asumido esté plenamente representada en el presupuesto del Estado.

Por último, queremos llamar la atención sobre el realismo de uno de los supuestos analizados en este apéndice: el de generalización incompleta del Concierto. Aunque pueda sorprender a alguien, hay que afirmar que el Concierto se encuentra ya parcialmente generalizado. Tal hecho se debe, por un lado, a las propias características de! Concierto Económico con el País Vasco y, por otro, a la existencia del régimen de Convenio como instrumento de financiación de la Comunidad Foral de Navarra.

Respecto de la primera, debemos poner de manifiesto que del tenor literal de los artículos 50, 51, 52 y 53 de la ley de Concierto se desprende que, en términos de nuestro modelo, nos hallamos ante el problema de determinar tres Cupos (C_1, C_2, C_3) en base a tres índices de imputación (i_1, i_2, i_3 y un mismo volumen de cargas asumidas (CA).

Seguidamente transcribimos los párrafos más significativos de dichos artículos:

> Art. 50.4. *La imputación de los distintos* Territorios Históricos de la parte correspondiente por cargas no asumidas se efectuará por aplicación de los *Índices* a que se refiere el artículo cincuenta y tres y siguiente.
>
> Art. 51.1. Las cifras.....se ajustarán anualmente en la parte imputable *a cada* Territorio Histórico........................... (4).
>
> Art. 51.2. *Del cupo correspondiente a cada* Territorio Histórico se restarán por compensación.

Pues bien, ahora sabemos que el tipo de solución es bastante sencilla y que, debido a la identidad del volumen de cargas asumidas por los Territorios, se obtiene el mismo resultado procediendo directamente al cálculo simultáneo de los tres Cupos o al calculo de un Cupo global (naturalmente, siempre que la suma de los índices coincida con el índice global) (5).

Respecto al Convenio de Navarra, hay que señalar que en la medida en que se tienda hacia una homogeneización con el Concierto —como parece sugerir el paralelismo de las soluciones adoptadas a raíz de la implantación del IVA—, finalmente nos encontraremos con el problema de determinar cuatro Cupos con dos niveles diferenciados de competencias asumidas.

(4) Con la nueva redacción de este artículo, tras la adaptación del Concierto al IVA, se ha quebrado la territorialidad característica de la MDC. El ajuste actual se define siempre en términos globales para todo el País Vasco.

(5) Para comprobarlo basta sumar las ecuaciones del sistema descrito en (A10). Haciendo $i_1 + i_2 + \ldots + i_n = i_0$, tenemos:

$$(1-i_0)(C_1 + C_2 + \ldots\ldots\ldots C_n) = i_0(IC-CA)$$