INFORME SOBRE LOS CONDICIONALES

Bas C. van Fraassen
Universidad de Toronto

EL PROPÓSITO DE C. I. LEWIS era desarrollar una teoría axiomática de los condicionales. El resultado fue la lógica modal, en la que *(Si A, entonces B)* se trata como equivalente a *Necesariamente (no A o B)*. Durante los años cuarenta, los escritos de N. Goodman y R. Chisholm sobre condicionales subjuntivos y contrafácticos demostraron los límites de aquel tratamiento. Sin embargo, fue sólo en los años 60 cuando se desarrolló una nueva lógica de condicionales que se ajustase a la tratada por Goodman y Chisholm. Este artículo es un breve informe sobre las principales aportaciones al respecto. Los números entre paréntesis cuadrados hacen referencia a la bibliografía. En la última sección haré algunas especulaciones sobre futuros desarrollos.

1. *Condicionales Estrictos y Contrafácticos*

El paradigma utilizado por C. I. Lewis era éste: el condicional *(Si A, entonces B)* es verdadero si y sólo si el argumento *(A; por tanto B)* es *válido*. Utilizaré el símbolo $\rightarrow$ como conectiva condicional, & para "y" y $\sim$ para "no". El símbolo $\vdash$ denota la relación lógica $A_1, \ldots, A_n \vdash B$ exactamente si el argumento de las premisas $A_1, \ldots, A_n$ a la conclusión B es válido. El paradigma requiere entonces los siguientes principios para la lógica de condicionales:

Modus Ponens: $A, A \rightarrow B \vdash B$
Debilitamiento: $A \rightarrow B \vdash (C \,\&\, A) \rightarrow B$
Transitividad: $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow B$

Si un condicional obedece estos principios lo llamaré condicional *estricto*.

Goodman y Chisholm señalaron que muchos condicionales en el lenguaje natural no obedecen al principio de Debilitamiento [2, 4]. Por ejemplo, podemos *afirmar* que una cerilla se encendería si se frotase, y, sin embargo, *negar* que, si esa cerilla estuviese mojada y se frotase, se encendería. Este ejemplo depende de la circunstancia de tener un antecedente falso en al menos uno de los condicionales involucrados. De acuerdo con ello, Goodman llamó a este problema el problema de los *condicionales contrafácticos* (brevemente, *contrafácticos*).

Si un condicional no obedece el principio de Debilitamiento, puede también violar el de Transitividad. Por ejemplo, yo afirmo que, si la policía tuviese que arrestarme por asesinato, yo sería injustamente arrestado ($A \rightarrow B$). También debo admitir que, si la policía tuviese un testigo fidedigno que me acusase de asesinato, entonces me arrestarían por asesinato ($C \rightarrow A$). Pero no puedo concluir, ciertamente, que, si la policía tuviese un testigo verdadero, yo sería injustamente arrestado. Así que también falla la Transitividad. Sin embargo, el Modus Ponens se mantiene para todos los condicionales.

2. *La Semántica de la Lógica Modal*

Gracias a los trabajos de Kanger, Hintikka, Kripke, Montague y Scott, hemos conseguido una aproximación semántica general a la lógica, a menudo referida como una aproximación a los "mundos posibles". Uno de los primeros logros de esta aproximación fue proporcionar un tratamiento sistemático y unificado de las diversas teorías axiomáticas de condicionales estrictos debidas a C. I. Lewis. También tuvo lugar gracias a esta aproximación, la eventual acomodación de los condicionales contrafácticos. Dado que esta aproximación, siendo la misma, se presta a diferentes formulaciones, la recapitularé aquí brevemente, de una forma específica.

Un lenguaje está constituido por una sintaxis y una semántica. La sintaxis consiste en una definición del vocabulario y de las diversas categorías gramaticales; por ejemplo, el conjunto de sentencias. La semántica es una especificación de un conjunto de *modelos*, y de cómo debe ser *interpretada* la sintaxis en estos modelos. Cada modelo comprende un conjunto básico K, a cuyos miembros se hace referencia como "mundos posibles". Los conjuntos de mundos posibles se llaman "proposiciones", por razones que explicaré después.

Un modelo M comprende, además de un conjunto K de mundos posibles, también otras varias entidades definidas con referencia a K. Las más usuales son: una familia F de "proposiciones significativas", varias operaciones sobre proposiciones y varias relaciones entre mundos posibles. Por ejemplo, puede haber una relación R de "acceso" y una operación $\Box$ de "necesidad" relacionadas por:

> $\Box X = \{x \in K$: para todo y en K, si xRy entonces $y \in X\}$

donde X es cualquier proposición.

Una *interpretación* de la sintaxis es una función que asigna a cada fórmula bien formada una entidad definida sobre un modelo dado. Por ejemplo, si p es una interpretación, entonces hay un modelo M tal que, para cualquier sentencia A, p(A) es una proposición en M. Definimos la *verdad* en un modelo, en relación a una interpretación:

> Una sentencia A es *verdadera* en un mundo x (con relación a una interpretación p y un modelo M) si y sólo si $x \in p(A)$.

Así pues, la proposición "expresada" por una sentencia es identificada como el conjunto de mundos posibles en los que la sentencia es verdadera.

Cuando φ es una conectiva sentencial, entonces existe una operación φ^* sobre proposiciones que es "expresada por" o "corresponde a" esa conectiva. Generalmente, utilizamos uno y el mismo símbolo para denotar ambas, tanto a la conectiva como a la operación correspondiente. Por ejemplo, y para continuar con "necesidad", podemos insistir en que todas las *interpretaciones admisibles* satisfacen la ecuación:

$$p(\Box A) = \Box\, p(A)$$

la cual es equivalente a:

> $\Box$A es verdad en el mundo x sii: para todos los mundos tales que xRy, A es verdad en y.

donde las variables x, y, fluctúan sobre el conjunto de mundos posibles en un modelo dado.

A una sentencia la llamaremos *válida* exactamente si es verdadera en todos los mundos de todos los modelos, en relación a todas las interpretaciones admisibles del lenguaje. Correspondientemente, decimos que $A_1, \ldots, A_n$ *implica semánticamente* a B sii B es verdad en todos los mundos (en todos los modelos, en relación a toda interpretación admisible) en los que todos los miembros de la serie $A_1, \ldots, A_n$ son verdaderos.

3. *Un Lenguaje para Condicionales*

El problema de la explicación de los condicionales puede ser considerado ahora como el problema de la construcción de un lenguaje en el cual todos los principios lógicos "correctos" son válidos, y no otros. Correspondientemente, el problema de la lógica de condicionales consiste en axiomatizar el conjunto de sentencias válidas (e implicaciones semánticas) en ese lenguaje. Lo que sean los principios lógicos "correctos" debe, desde luego, establecerse indagando qué patrones de inferencia son correctos en el lenguaje natural. Así concebida, la tarea de la lógica no es normativa, sino descriptiva.

Como quiera que todavía existe bastante desacuerdo sobre los condicionales, se han propuesto varios lenguajes diferentes para su análisis (De idéntica manera, C. I. Lewis propuso varias lógicas diferentes para condicionales estrictos). Todos estos lenguajes tienen la misma sintaxis. Su vocabulario comprende un conjunto de *sentencias atómicas*, la conectiva unaria $\sim$ ("no") y las conectivas binarias & ("y") y $\rightarrow$ ("si..., entonces..."). Las demás conectivas de funciones de verdad $\vee$ ("o"), $\supset$ ("si... entonces material") y $\equiv$ ("equivalencia material") se definen, como de costumbre, en términos de $\sim$ y &.

También, los modelos son, en cada caso, triplos $M = < K, F, \rightarrow >$, en donde K es un conjunto no vacío, F una familia de subconjuntos de K (las "proposiciones significativas"), y $\rightarrow$ una operación binaria sobre subconjuntos de K. Precisaré que $\rightarrow$ se define sólamente para *algunos* pares de proposiciones ("operación parcialmente definida"). En cualquier cláusula en la que ocurra una expresión de la forma "$X \rightarrow Y$", debe darse por supuesto que la operación $\rightarrow$ se define para el par X, Y. Una *interpretación* p sobre un modelo $M = < K, F, \rightarrow >$ es una aplicación de todas las sentencias dentro de F, de tal forma que:

$$p(\sim A) = K - p(A)$$
$$p(A \,\&\, B) = p(A) \cap p(B)$$
$$p(A \rightarrow B) = p(A) \rightarrow p(B)$$

(Si $\rightarrow$ no está definida siempre, entonces puede no haber ninguna interpretación sobre M. En tal caso, ese modelo no juega ningún papel real en el lenguaje, y carece de relevancia para la lógica.)

Hay una restricción sobre estos modelos que necesariamente debemos considerar si es que $\rightarrow$ ha de llamarse una conectiva "condicional". Esto sería así aun suponiendo que representase no ya implicación condicional, sino, digamos, obligación condicional o mandato. Teniendo en cuenta que, al presente, estamos haciendo lógica de una manera descriptiva más bien que normativa, llamaré a esta restricción una *hipótesis*.

Hipótesis 0. En cualquier modelo $M = < K, F, \rightarrow >$, la ecuación $(X \rightarrow Y) = (X \rightarrow . X \cap Y)$ es válida para todas las proposiciones X, Y (si son definidas).

En adelante, omitiré la expresión "si son definidas" cuando convenga. La razón en favor de la hipótesis es que, una vez puesto el antecedente X, todos los mundos posibles fuera de X se convierten en irrelevantes para la evaluación de la proposición condicional.

Una vez sentado lo anterior, podemos anotar los principios lógicos básicos que deben ir al comienzo de cualquier lógica de condicionales. Daré por supuesto que es familiar el uso de $\vdash$.

L1. Si $A_1, \ldots, A_n \vdash B$ en lógica proposicional de funciones de verdad (para $\sim$, &), entonces $A_1, \ldots, A_n \vdash B$.
L2. Si $\vdash A \equiv B$, entonces $\vdash (\ldots A \ldots) \equiv (\ldots B \ldots)$
L3. $(A \rightarrow B) \equiv (A \rightarrow . A \& B)$

Aquí L3 responde claramente a la Hipótesis 0., y L1 a las cláusulas que definen interpretaciones. Pero L2 es más profunda: es una consecuencia del hecho de que las proposiciones expresadas por sentencias se identifican como conjuntos de mundos posibles, y todas las conectivas corresponden a operaciones sobre estas proposiciones. Porque, en cualquier modelo tenemos:

$$p(A) = p(B) \quad \text{si y sólo si } p(A \equiv B) = K$$

Por lo tanto, L2 traiciona los supuestos más básicos de nuestra aproximación.

En lo que sigue examinaremos otras hipótesis ofrecidas por filósofos que trataron de los condicionales y sus consecuencias para la lógica.

4. *La Hipótesis Ceteris Paribus*

Goodman y Chisholm formularon la hipótesis de que los contrafácticos comportan tácitamente una cláusula *ceteris* *paribus*. "Si esta cerilla se frotase, se encendería" se entiende como "Si esta cerilla se frotase, y *otras cosas se mantuvieran* igual, entonces se encendería." La palabra *otras* se refiere a los hechos establecidos en el antecedente; así pues, no es sorprendente que no se mantenga el Debilitamiento. Esta explicación fue más detalladamente elaborada (pero para una clase restringida de condicionales) por Wilfrid Sellars en [8] (ver también [16]).

Si esta hipótesis es correcta, entonces un condicional contrafáctico es elíptico para un condicional estricto: $A \rightarrow B$ es verdadero si y sólo si $\Box(A \ \& \ A^{*} \ . \supset B)$ es verdadera, donde A^{*} expresa el contenido de esa oculta cláusula *ceteris paribus*. ¿Qué dice exactamente A^{*}? Bien, si x es el mundo actual, entonces A^{*} es verdadera en un mundo y justo en el caso de que todos los hechos que prevalecen en x, y son independientes del valor de verdad de A, prevalecen también en y. Es claro que A^{*} es entonces verdadera al menos en x; pero eso es realmente todo lo que en general podemos decir sobre ello.

Una principal conclusión establecida por Goodman fue la de que no podemos dar receta alguna para descifrar el contenido de esta cláusula *ceteris paribus*. Sin embargo, si sólo estamos interesados en la lógica, ello nos hará conocer si el contenido de esta cláusula es una función sólo del antecedente, o también del mundo, o también del consecuente, y así sucesivamente. Estableceré ahora la hipótesis *ceteris paribus* en la forma fuerte en que fue aceptada por escritores posteriores.

> Hipótesis 1. *(Hipótesis Ceteris Paribus)* Hay en cada modelo una función q sobre mundos y proposiciones tal que
> $x \in q(x, X)$ y
> $(X \rightarrow Y) = \{x \in K : X \cap q(x, X) \subseteq Y\}$
> para mundos x y proposiciones significativas X e Y, en ese modelo.

Nótese que q necesita ser definida sólo en tanto que $\rightarrow$ es definida.

Podemos leer q(x, X) como la proposición expresada por la cláusula tácita *ceteris paribus* de un condicional, evaluada en un mundo x, teniendo de antecedente X. Así pues, $(A \rightarrow B)$ es verdad en x exactamente si B es verdad en todos los mundos y tales que: *primero,* A es verdad en y, y *segundo,* todos los hechos independientes de A que son ley en x prevalecen también en y.

Los principios de la lógica que son válidos si afirmamos las hipótesis anteriores, son, además de L1 — 3, también:

L4. Si $\vdash A \supset B$ entonces $\vdash A \rightarrow B$
L5. $A, A \rightarrow B \vdash B$
L6. $\vdash [A \rightarrow . B \supset C] \supset [A \rightarrow B . \supset . A \rightarrow C]$

Como ejemplo de una prueba semántica, verifiquemos la validez de L5 (Modus Ponens). Supongamos que A y $A \rightarrow B$ son ambos verdaderos en un mundo x, en un modelo dado M, y en relación a una interpretación dada p. Esto quiere decir que $x \in p(A)$ y $x \in p(A \rightarrow B)$. Pero esto último significa que $p(A) \cap q(x, p(A)) \subseteq p(B)$. Sabemos que x debe también estar en q(x, p(A)), por la Hipótesis Ceteris Paribus. Así resulta que $x \in p(A) \cap q(x, p(A))$ y, por tanto, $x \in p(B)$. Generalizando, concluimos que, cuando quiera que A y $A \rightarrow B$ sean ambas verdaderas (en cualquier mundo, en cualquier modelo, y en relación a cualquier interpretación), también lo es B.

Al sistema lógico axiomatizado por L1 — L6, lo llamaré CKE. Este sistema es sólo ligeramente más fuerte (por contener L2) que el sistema más débil descrito en el artículo de Thomason sobre formulaciones de deducción natural [13]. Parece ser la lógica de contrafácticos según es entendida por Goodman, Chisholm y Sellars.

5. *Hipótesis de Tamaño y Orden*

Todo el trabajo lógico reciente sobre condicionales contrafácticos debe sus principales líneas de planteamiento al artículo realizado en 1968 por R. Stalnaker [11]. Esta deuda incluye la idea de dar cumplimiento a los pensamientos de

Goodman, Chisholm y Sellars dentro de la semántica desarrollada para la lógica modal por medio de la Hipótesis Ceteris Paribus. Además, Stalnaker, aceptó algunas otras hipótesis que yo expondré (un tanto redundantemente) en cuatro partes. No todas ellas fueron aceptadas por escritores posteriores.

Para formular esas hipótesis, utilizaré "s(y, X)" como abreviatura de "$X \cap q(y, X)$". Usando esta abreviatura, advertimos que $A \rightarrow B$ *es verdadera en* un mundo y, en relación a una interpretación p, si y sólo si $s(y, p(A)) \subseteq p(B)$.

Hipótesis 2.	*(Factualidad)*	Si $y \in X$, entonces $s(y, X) = \{y\}$
Hipótesis 3.	*(Unicidad)*	s(y, X) tiene a lo sumo un miembro.
Hipótesis 4.	*(Unión)*	$s(y, X \cup Y)$ es lo mismo que, o bien s(y, X), o s(y, Y) o $s(y, X) \cup s(y, Y)$.
Hipótesis 5.	*(Orden)*	Si $s(y, X) \subseteq Y$ y $s(y, Y) \subseteq X$, entonces $s(y, X) = s(y, Y)$.

Cada una de estas hipótesis debe ser entendida como gobernando todos los mundos y, y todas las proposiciones significativas X, Y en todos los modelos para el lenguaje "correcto" de condicionales. Fácilmente puede verse que la Hipótesis 3 implica la Hipótesis 2, y que las Hipótesis 3 y 5 juntas implican la Hipótesis 4.

La motivación para estas hipótesis es como sigue. La Hipótesis de Factualidad dice que, si un condicional tiene un antecedente verdadero en un mundo dado, no necesitamos mirar más allá de ese mundo a efectos de verificación. El principio lógico correspondiente es:

L7. $\vdash A \supset [A \rightarrow B \,.\, \equiv B]$

Esto es razonable si recordamos que s(y, X) es el conjunto de mundos que, *primero*, son miembros de X; y *segundo*, concuerdan con y en todos los hechos independientes de X.

La Hipótesis de Unicidad va más lejos. Dice que, incluso si el antecedente es falso, puede haber a lo sumo un mundo posible que satisfaga tanto el antecedente como la cláusula *Ceteris Paribus*. Esto significa que podemos parafrasear condicionales mediante una descripción definida: A → B dice que B es verdad en *el* mundo que sería real si A fuese verdad. De aquí obtenemos una especie de principio de "tercio excluso" para condicionales:

L.8. $\vdash$ $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow \sim B)$

Las Hipótesis de Unión y Orden derivan ambas de una hipótesis más fuerte y que, sin embargo, solamente afecta a la lógica a través de estos dos corolarios. Esa hipótesis más fuerte dice que, en relación con cada mundo, hay un "*orden de proximidad*" (pre-ordenación total) de todos los mundos posibles, y que s(y, X) es el conjunto de aquellos mundos en X que están más próximos a y. Los principios lógicos que reflejan esas dos hipótesis son:

L9. $\vdash$ $[A \vee B \,.\rightarrow A] \vee [A \vee B \,.\rightarrow B] \vee$
$[(A \vee B \,.\rightarrow C) \equiv .\, (A \rightarrow C) \,\&\, (B \rightarrow C)]$

L10. $\vdash$ $(A \rightarrow B) \,\&\, (B \rightarrow A) \,\&\, (A \rightarrow C) \,.\supset (B \rightarrow C)$

Según queda reflejado, L10 aparece como una forma debilitada de Transitividad. Pero, si el lenguaje no se amplía mediante la adición de más conectivas lógicas, entonces L10 contiene la consecuencia:

$\vdash [A \rightarrow B \cdot \& \cdot B \rightarrow A] \supset [\text{---}\, A \,\text{---} \equiv \text{---}\, B \,\text{---}]$

De este modo, L10 proporciona un criterio de identidad para proposiciones, un robustecimento de L2.

En términos de los principios lógicos anteriormente citados, podemos axiomatizar tres lógicas más de condicionales. Por razones de conveniencia, haré relación de las hipótesis semánticas correspondientes:

CE: Axiomas L1 — L8; Hipótesis 0 — 3
C1: (D. Lewis): Axiomas L1 — L7 y L9 — L10
Hipótesis 0 — 2 y 4 — 5
C2: (R. Stalnaker): Axiomas L1 — L10
Hipótesis 0 — 5

Para más detalles sobre C2, ver [11-12]; para C1, ver [6]; y para CE, ver [15].

CKE es el sistema más débil, y está incluido tanto en CE como en C1; y, estos dos, se encuentran ambos incluidos en C2, que es el más fuerte. Hay alguna redundancia en la axiomatización: L2 y L3 son redundantes para los tres sistemas; L7 lo es para CE y C2; y L9 para C2. Finalmente, he ignorado un detalle en la presentación original que hace Stalnaker de su lógica, el cual concierne a los antecedentes "imposibles". Como ello parece ser principalmente un tecnicismo, lo omito aquí.

Puede advertirse que, ninguno de los principios lógicos arriba indicados, hace uso de "flechas anidadas" ("condicionales reiterados"). Si A y B no contienen de por sí ninguna flecha, las llamamos *sentencias de grado cero;* brevemente, grado (A) = 0. Entonces, definimos:

Grado ($\sim$A) = grado (A)
Grado (A & B) = máximo (grado (A), grado (B))
Grado (A $\rightarrow$ B) = 1 + máximo (grado (A), grado (B)).

Así pues, todos nuestros principios lógicos especiales tienen grado *uno.* Aunque, gramaticalmente, permitimos la formulación de sentencias de grado superior, hasta ahora no ha habido discusión sobre los principios que las gobiernan, excepto aquellos que pueden reestablecerse en forma de primer grado. Sin embargo, sí que constituyen una diferencia en relación con la probabilidad; ver el resultado IV, más abajo.

6. *Extensiones a la Teoría de la Probabilidad.*

Casi todos los trabajos sobre probabilidad utilizan hoy los axiomas de Kolmogorov: una *medida de probabilidad* es una función P definida sobre un campo Borel de conjuntos, tal que:

P1. $0 = P(\Lambda) \leq P(X) \leq P(K) = 1$
P2. $P(\cup F) = \Sigma\{P(X) : X \in F\}$ para cualquier familia *disjunta* enumerable en el campo

donde Λ es el conjunto vacío, la variable X fluctúa sobre los miembros del campo y K es la unión del campo (que debe estar en ese campo, por definición de un campo; decir que un campo es Borel significa que es también cerrado bajo unión enumerable. En estos axiomas la probabilidad se trata como una función monádica; existe también una probabilidad condicional definida por:

$$P(X/Y) = P(X \cap Y)/P(Y)$$

pero ésta se define solamente para los casos $P(Y) \neq 0$. Hay una tradición más antigua sobre la teoría de la probabilidad, en la cual la probabilidad condicional se define en todo caso. Aunque ésto fue discutido por Stalnaker y Harper (quienes llaman *funciones Popper* a tales funciones) no lo someteré a consideración.

Stalnaker fue el primero en extender el lenguaje de condicionales a la probabilidad [10]. En aquel tiempo, señalando el hecho de que "$P(X/Y) = r$" se lee a menudo como "la probabilidad de que X sea el caso, si lo es Y, es igual a r", introdujo la hipótesis $P(X/Y) = P(Y \rightarrow X)$ al menos cuando $P(Y) \neq 0$. Para establecer esto con precisión, debemos definir primero un *modelo probabilístico* que sea un cuádruplo $M = < K, F, \rightarrow, P >$ tal que $< K, F, \rightarrow >$ sea un modelo y P una medida de probabilidad sobre un campo Borel de subconjuntos de K que incluyen la familia F. Todas las hipótesis subsiguientes serán sobre modelos probabilísticos,

Hipótesis 6. *(Condicionalización)*
$P(X/Y) = P(Y \rightarrow X)$ para todas las proposiciones X e Y tales que $P(Y) \neq 0$.

Al igual que antes, las "proposiciones" se referirán a la familia F de proposiciones significativas en un modelo dado, y la hipótesis debe ser tomada como gobernando todos los modelos probabilísticos del lenguaje "correcto" de condicionales con probabilidad.

Stalnaker ha rechazado después esa hipótesis. Más adelante veremos que no es compatible con su lógica C2; pero yo me limito a constatar los resultados en el orden en que ocurrieron. La siguiente es una hipótesis con la que todo el mundo está de acuerdo como criterio de adecuación. Significa que, *cualquier* asignación de probabilidades a sentencias de grado cero (esto es, sin flechas), puede ser extendida a todas las sentencias del lenguaje.

> Hipótesis 7. *(No-Trivialidad)* Si F es un campo enumerable de subconjuntos de K, y P una medida de probabilidad sobre un campo Borel que incluye F, entonces existe un modelo probabilístico $<K^*, F^*, \rightarrow, P^*>$ tal que: $K \subseteq K^*$, $F \subseteq F^*$, $P \subseteq P^*$.

Un criterio muy distinto, que está en litigio, fue introducido por David Lewis. Ese criterio establece, en efecto, que no hay conexión esencial entre la flecha y la medida de probabilidad. Una forma en la que podemos entender esto es la siguiente: las proposiciones establecen hechos objetivos, incluso aunque sean condicionales; pero la asignación de probabilidad es sólo una medida de nuestra ignorancia subjetiva.

> Hipótesis 8. *(Objetividad)*. Si $<K, F, \rightarrow, P>$ es un modelo probabilístico, $P(X) \neq 0$, y P' está definido por la ecuación $P'(Y) = P(Y/X)$, entonces $< K, F, \rightarrow, P' >$ es también un modelo probabilístico.

Esta hipótesis tiene que ser, desde luego, rechazada por cualquiera que vea la función de la flecha como intrínsecamente conectada con el conocimento, o la creencia o la certeza. En cualquier caso, Lewis pudo probar en [7]:

I. Las hipótesis 0 — 8 no son conjuntamente defendibles.

Esto significa que no podemos combinar de una forma no-trivial la lógica C1 de Stalnaker con las Hipótesis de Condicionalización y Objetividad. El resultado siguiente, probado en [15] fue que

II. Las hipótesis 0 — 3 y 6 — 7 son conjuntamente defendibles.

Esto significa que la lógica CE puede de hecho extenderse no-trivialmente a la teoría de la probabilidad, de acuerdo con la hipótesis de Condicionalización. Posteriormente, Stalnaker pudo probar un resultado más sólido que I (con vistas a ser publicado en el mismo volumen que [15]), a saber:

III. Las hipótesis 0 — 7 no son conjuntamente defendibles.

He aquí por qué haya abandonado Stalnaker la hipótesis de Condicionalización, ya que desea conservar la lógica C1. Sin embargo, lo siguiente fue probado junto con II en [15]:

IV. Las hipótesis 0 — 7 con conjuntamente defendibles, siempre que la ecuación $P(X/Y) = P(Y \rightarrow X)$ para $P(Y) \neq 0$ quede restringida a proposiciones de *primer* grado.

(Los grados pueden ser asignados tanto a proposiciones como a sentencias, aunque no únicamente: Si en $< K, F, \rightarrow >$, F es la clausura de G bajo las operaciones $\cap$, $\cup$, —, $\rightarrow$, podemos asignar grado 0 a los miembros de G, y así sucesivamente. La elección de G no es única, y así debe entenderse la hipótesis que hace relación a una elección previa de esa clase para cada modelo. El resultado IV no es un corolario de II, porque las lógicas CE y C1 difieren en los principios lógicos para sentencias de primer grado. El resultado negativo III de Stalnaker se muestra, sin embargo, en IV como dependiente de cuestiones sobre la probabilidad asignada a sentencias de mayor grado, y éstas constituyen un tema casi completamente inexplorado.

En su tesis doctoral [5], William Harper ha investigado ulteriormente la teoría de la probabilidad de condicionales, con referencia a una hipótesis más débil que la de Condicionalización:

Hipótesis 9 *(Certeza)* $P(X \rightarrow Y) = 1$ si y sólo si $P(Y/X) = 1$; cuando $P(X) \neq 0$.

Y ha demostrado que esta hipótesis puede aceptarse como compatible con la C1 de Lewis o la C2 de Stalnaker.

La discusión filosófica subsiguiente se ha centrado en gran parte sobre las razones a favor y en contra de la aceptación de la hipótesis de Condicionalización. Vale la pena anotar que, en el contexto usual, esta hipótesis equivale a

$P(X \rightarrow Y) = P(X \rightarrow Y/X) = P(X \rightarrow Y/K\text{-}X)$ cuando $P(X) \neq 0$

esto es, *la independencia estocástica del condicional con respecto a su antecedente.*

7. *Comparaciones y Cuestiones*

Desde el principio hubo una diferencia fundamental sobre los condicionales entre Stalnaker y David Lewis. El primero entendió que "No es el caso que esta cerilla se encendiese si la frotásemos", significa "Esta cerilla no se encendería, si la frotásemos". Lewis, por otra parte, entendió que esa negación significa "Si esta cerilla se frotase, podría no encenderse".

¿Cuál es la interpretación que hace Stalnaker de "podría o no"?. Comienza por considerar cuestiones tales como "Si esta cerilla se frotase, ¿se encendería?". Las respuestas *directas* a esta cuestión son *sí* (se encendería) y *no* (no se encendería). Hay también otras respuestas. La respuesta "Podría o no" puede ser una puntualización epistémica (p. ej., "No sé") o una puntualización *objetiva.* La primera conduce a "Uno de los dos, o *Sí* o *No,* es correcto, pero no sé cuál". La segunda, en cambio, implica que ni *Sí* ni *No* son correctos: el asunto es objetivamente indeterminado. Stalnaker sostiene que, si la respuesta es *Sí,* entonces el enunciado condicional es verdadero; si la respuesta es *No,* ese enunciado es falso; y si ni *Sí* ni *No* son correctos, entonces ese enunciado no es ni verdadero ni falso.

Para dar cumplimiento a esta parte de la teoría de Stalnaker, se necesita rectificar la semántica, a fin de permitir la existencia de huecos de valor de verdad. No obstante, hay una forma general de conseguirlo, por el "método de superevaluaciones", que no requiere ningún desarrollo técnico. Cuando se hace así (como en [14]), se puede también añadir una *conectiva de verdad T,* de forma que si *A* es un enunciado, entonces *TA* es el enunciado de que *A* es verdad. De esta forma, "Si la cerilla se frotase, podría o no encenderse" se traduce entonces en la forma $[\sim T(A \rightarrow B) \ \& \sim T(A \rightarrow \sim B)]$. Y existe entonces un teorema de traducción que aplica el lenguaje de Lewis dentro del de Stalnaker como sigue:

A^* es A, si A es atómico
$(A \ \& \ B)^*$ es $(A^* \ \& \ B^*)$
$(\sim A)^*$ es $\sim A^*$
$(A \rightarrow B)^*$ es $T(A^* \rightarrow B^*)$

de modo que el condicional de Lewis puede ser parafraseado en términos del de Stalnaker. Matemáticamente, *T* es como una conectiva-de-necesidad, de forma que existe automáticamente, también, una traducción de la lógica de Lewis a una extensión modal de la lógica de Stalnaker; aunque no con el mismo grado de motivación intuitiva.

En vista de la no conclusividad de la evidencia directa acerca del uso lingüístico, diversas teorías de condicionales han competido por medio de sus extensiones. Las tres principales teorías, CE, C1 y C2, son ya incompatibles para enunciados de primer grado; y en sus axiomas no necesita aparecer ningún enunciado de grado superior. Sobre los principios específicos de grado superior no ha habido discusión. Esto constituye una gran diferencia con respecto a la lógica modal ordinaria, en donde la lógica familiar M, B, S_4, S_5 difiere exactamente en el papel de reiteraciones tales como $\Box\Box$ y $\Diamond\Box$.

Las extensiones a condicionales de grado superior fueron, por tanto, automáticas e indiscutidas. Las extensiones a la teoría de la probabilidad ya las he discutido con detalle; y la competición en ese campo no es concluyente, dado que no existe acuerdo respecto a los criterios de adecuación. De las extensiones a las locuciones "podría o no" (a las que podríamos denominar "negaciones indefinidas") he mostrado ya que son posibles tanto para Stalnaker como para Lewis. (Y CE podría extenderse al igual que la de Stalnaker). Las extensiones a la lógica de cuestiones nunca han sido efectuadas con detalle. Todo lo que tenemos al respecto son las sugerencias de Stalnaker arriba mencionadas, y los debates de causalidad de Lewis. Esto último me sugiere la idea de que *B* es una buena respuesta a *¿Por qué es que A?* con toda exactitud si $\sim B \rightarrow \sim A$ es verdadera (o necesariamente verdadera, en algún modo de necesidad, si usamos CE o C2).

Todavía existe otra área a la cual podrían extenderse las teorías sobre condicionales, y es a la lógica de creencias. Esta ha sido investigada, hasta cierto punto, por William Harper [5] y Brian Ellis [3] y, a mi entender, sus ideas son muy prometedoras. Expondré brevemente las ideas de Ellis, aunque sólo en tanto que se ajusten al presente contexto.

La primera concepción de una creencia que se le ocurre a cualquiera es justamente ésta: una persona X tiene un cuerpo de enunciados **B**(X) que ella cree. Las negaciones de éstos constituyen los enunciados que no cree; y, respecto a todo lo demás, carece de opinión. Entonces, la lógica de creencias procede poniendo condiciones sobre **B**(X); por ejemplo, que fuese consistente, o "defendible" (Hintikka). Además, podríamos requerir que **B**(X) fuese recursivamente enumerable, ya que una persona podría ser capaz de especificar cuáles son sus creencias, enseñarlas a alguien más y así sucesivamente. Esto parece plausible si pensamos en las creencias como explícitamente adoptadas, pero no tan plausible si pensamos en ellas como posiblemente resultantes de procesos inconscientes.

Existe otra tradición en la teoría de creencias, debida a la escuela "subjetivista" o "Bayesiana" de estadística. En ella se considera racional a una persona si las apuestas que esa persona quiere hacer no permiten que se cruce contra ella una "apuesta del holandés". (Esto significa que, si una persona es irracional, entonces se puede cruzar con ella una serie de apuestas de forma que le sea imposible ganar). Ello puede expresarse brevemente diciendo que una persona es racional si y sólo si su cuerpo de creencias es *coherente*. Y entonces puede probarse que las creencias son coherentes exactamente si en las apuestas los puntos de ventaja aceptables para dicha persona reflejan una única medida de probabilidad.

De esta forma, no se piensa aquí en una persona que solamente acepta o rechaza enunciados, sino que los acepta en un grado u otro. Si se pensara en cuerpos de creencias como explícitamente adoptados, o enseñables, se debería decir que estos grados son calculables —algo así como los valores de verdad. Pero, si sólo se dice que los grados han de reflejar o constituir una medida de probabilidad, esta calculabilidad y esta enseñabilidad se pierden. Desde luego que en esta forma la lógica de creencias gana una mayor flexibilidad.

Ahora bien, Brian Ellis ha introducido varias ideas que ponen este asunto en conexión con la lógica de condicionales En primer lugar, dice que la función del condicional es ayudar a expresar los grados de la propia creencia y que otras conectivas también tienen esa función. Así propone, esencialmente, por ejemplo:

(1) X acepta $\sim$A hasta un grado n si y sólo si X acepta A hasta un grado 1 — n.

Ahora bien, la falta de calculabilidad es manifiesta si advertimos que ninguna fórmula similar podría funcionar para la conectiva &. Pero aquí podemos usar la idea de coherencia y decir que para toda persona existe una "función de aceptación", y la racionalidad requiere que esa función sea, o sea parte de, una medida de probabilidad.

(2) X es racional sólamente si existe una medida de probabilidad PX tal que X acepte A hasta un grado n si y sólo si PX(A) = n.

Esto implica que, si X es racional, entonces (1) es también verdadera. Y la creencia puede identificarse con la aceptación hasta el grado 1:

(3) *Definición*: **B**(X) = {A : PX(A) = 1}

Entonces podemos añadir la Hipótesis de Condicionalización en una nueva forma, es decir, en tanto explica el papel del condicional en la expresión de los grados que uno tenga de creencia:

(4) X es racional sólo si PX(A→B) = PX(B/A) (cuando está definida)

Esto sugiere que la lógica relevante sería CE o C2; específicamente sería CE si se admiten sobre igual base enunciados de grado superior.

En este tratamiento, no se da ninguna condición de verdad para las conectivas, sino sólo condiciones de aceptabilidad como las anteriormente indicadas (1) y (4). De acuerdo con esto, el correlato semántico de la consecuencia lógica no puede ser el usual. Por eso Ellis propuso, en términos someros:

(5) B *se sigue de* $A_1, \ldots, A_n$ si y sólo si, para todas las posibles personas racionales X, si $A_1, \ldots, A_n$ están en **B**(X), también está B.

Para evitar la mención de posibles personas, Ellis expone este principio directamente en términos de cuerpos coherentes de creencias.

Fácilmente se ve que, dado (5), la lógica de los argumentos de grado cero (es decir, de las conectivas & y $\sim$) es la lógica proposicional usual. Pero, para el condicional, todavía existe una buena dosis de libertad de acción. Además se da una ruptura de la conexión usual entre *verdades lógicas* y *consecuencias lógicas* (de la misma manera que sucede con las lagunas de valor de verdad tratadas con super-evaluaciones). Pues si A es posible, entonces $(A \rightarrow B)$ y $(A \rightarrow \sim B)$ deben ser incompatibles, y de aquí tenemos:

$$P(A \rightarrow B \cdot \vee \cdot A \rightarrow \sim B) = P(A \rightarrow B) + P(A \rightarrow \sim B) = \\ = P(B/A) + P(\sim B/A) = 1$$

Por lo tanto, esperamos que $(A \rightarrow B \cdot \vee\, A \rightarrow \sim B)$ será un teorema de la lógica. Pero no puede ser el caso que cada persona racional crea o $(A \rightarrow B)$ o $(A \rightarrow \sim B)$. Y ese hecho debería también reflejarse, de algún modo, en la lógica.

La lógica de la creencia, así interpretada, es una materia desafiante y relativamente inexplorada. Pueden existir conexiones también con los trabajos de Ernest Adams [1] y Brian Skyrms [4], que no he mencionado hasta aquí. Adams propuso aún una relación de consecuencia diferente, la cual aquí vendría a ser: B se sigue de A sii $PX(A) \leq PX(B)$ para todas las personas racionales X. Bajo ciertas circunstancias, las relaciones de consecuencia de Ellis y Adams serían las mismas. (En la lógica cuántica el par de relaciones de consecuencia similarmente definidas, es el mismo.) La lógica de condicionales puede, todavía, deparar algunas sorpresas.

Nota: El contenido de este artículo fue presentado en conferencias públicas en las Universidades de Adelaide (Mayo 1974) y Cambridge (Octubre 1974). El autor desea expresar su agradecimiento al apoyo que le ha sido prestado por el Consejo Canadiense S74-0590X1.

Traducción de Daniel S. Benítez Fos

Bibliografía

[1] Adams, Ernest. "Probability and the logic of conditionals." Pp. 265-316 en J. Hintikka y P. Suppes (eds) *Aspects of Inductive Logic*, Amsterdam: N-Holland, 1966.

[2] Chisholm, Roderick. "The Contrary-to-Fact Conditional." *Mind* 55 (1946), 289-302.

[3] Ellis, Brian. "The Logic of Subjective Probability." *British Journal for Philosophy of Science 24* (1973), 1925-152.

[4] Goodman, Nelson. "The Problem of Counterfactual Conditionals." *Journal of Philosophy 44* (1947), 113-128.

[5] Harper, William. Doctoral Dissertation, University of Rochester, 1974.

[6] Lewis, David. *Counterfactuals*, Oxford: Blackwell, 1973.

[7] ———. "Probabilities of conditionals and conditional probabilities." Ditto'd, Princeton March 1973.

[8] Sellars, Wilfrid. "Counterfactuals, Dispositions, and the Causal Modalities." En H. Feigl y M. Scriven (eds) *Minnesota Studies in the Philosophy of Science, II* (1972).

[9] Skyrms, Brian. "Contraposition of the Conditional." *Philosophical Studies 24* (1974), 12-14.

[10] Stalnaker, Robert. "Probability and Conditionality." *Philosophy of Science 37* (1970), 64-80.

[11] ———. "A Theory of Conditionals." En N. Rescher (ed.) *Studies in Logical Theory*, Oxford: Blackwell, 1968.

[12] Stalnaker, Robert and Richmond H. Thomason. "A semantic analysis of conditional logic." *Theoria 36* (1970), 23-42.

[13] Thomason, Richmond H. "A Fitch-style formulation of conditional logic." *Logique et Analyse* 13 (1970), 397-412.

[14] Van Fraassen, Bas C. "Hidden Variables in Conditional Logic." *Theoria*. (Próxima publicación, 1975.)

[15] ———. "Probabilities of Conditionals." Próxima publicación en W. Harper and C. A. Hooker (eds), *Foundations and Philosophy of Statistical Theories*, Dordrecht: Reidel, 1976.

[16] ——. "Theories and Counterfactuals." Próxima publicación en H. N. Castañeda (ed.), una colección de ensayos sobre la filosofía de Wilfrid Sellars (Bobbs-Merrill, 1975).