

# LA LOGIQUE MATHÉMATIQUE PURE ET APPLIQUÉE EN RÉPUBLIQUE SOCIALISTE DE ROUMANIE

XIII<sup>e</sup> CONGRES INTERNATIONAL D'HISTOIRE  
DES SCIENCES  
MOSCOU, 18 - 24 août 1971

*Gr. C. Moisil*

## I

EN COMMENÇANT, À L'UNIVERSITÉ DE JASSY, en 1933-34 une série de cours sur la logique mathématique qui ont duré jusqu'en 1942, nous croyions que le grand débat entre l'intuitionnisme brouwerien et le formalisme hilbertien pourrait être éclairci en mettant en évidence la structure algébrique des deux tendances et en étudiant le rôle algébrique du principe du tiers exclu. Une série de conférences faites à Jassy par M. T. Kotarbinski en 1935 nous a mis en contact avec les recherches de J. Lukasiewicz et de l'école polonaise sur les logiques à plusieurs valeurs. Une phrase de J. Lukasiewicz attira mon attention: «Es ist nicht leicht voraus zu sehen, welchen Einfluss die Entstehung nicht-chrysippischer Systeme der Logik auf die philosophische Spekulation ausüben wird. Es dünkt mich jedoch, dass die philosophische Bedeutung der hier dargestellten Systeme der Logik mindestens ebenso gross sein dürfte, als die Bedeutung der nicht-euclidischen Systeme der Geometrie». <sup>1</sup>

Nous avons compris que l'évolution de la logique mathématique entrerait dans une étape que nous appelions celle de la «crise axiomatique» analogue à celle par laquelle est passée

la géométrie, à l'occasion des géométries non-euclidiennes et semblable à celle par laquelle est passée la mécanique à l'occasion de la théorie de la relativité restreinte et par laquelle passait, très probablement, la physique mathématique à l'occasion de la mécanique quantique.

Nous avons essayé de faire profiter la logique mathématique des ces expériences historiques.<sup>2</sup>

D'une part la logique classique des propositions s'était développée comme calcul logistique des thèses, discipline autonome, pouvant servir pour fonder les mathématiques, mais aussi comme étude des algèbres de Boole, étude qui emploie intégralement l'instrument mathématique, qui est un chapitre des mathématiques.

En employant le langage actuel, les algèbres de Boole sont les modèles du calcul logistique des propositions. M. Stone a montré que toute algèbre de Boole est un anneau de caractéristique 2, ayant pour addition l'équivalence. S. Lesniewski avait étudié le calcul de l'équivalence dans la logique classique, calcul qui a été développé par E. Mihăilescu. Mais dans le cas de trois ou plus de trois valeurs, l'addition dans l'anneau de classes résiduelles d'entiers n'a pas de signification logique.

La logique à trois et à plusieurs valeurs, telle qu'elle a été développée par Lukasiewicz et l'Ecole polonaise, est un calcul autonome. Nous avons réussi à caractériser algébriquement ses modèles algébriques en 1940. Ces modèles sont des treillis, doués de certains endomorphismes et dualités.

Or Toziri Ogasawara avait montré que les modèles de la logique de A. Heyting étaient des treillis résidués. Nous avons réussi en 1942 à construire une «logique modale générale» qui a pour modèles des treillis birésidués, qui contient comme sous systèmes la logique classique, la logique de Heyting et la logique trivalente de Lukasiewicz. Dans cette logique apparaissait une négation forte ou impossibilité, qui est la négation de M. Heyting et une négation faible, la non nécessité ou contingence. On peut aussi introduire une négation symétrique.

Dans cette logique modale générale l'une des résiduations peut être interprétée comme «implication», mais si cette implication tout en étant celle employée en logique classique et en logique de Heyting, est différente de celle introduite par Lukasiewicz.

D'autre part il nous a semblé que l'idée directrice du raisonnement, commune à toutes les logiques, est l'idée d'enchaînement.<sup>3</sup>

Toutefois nous nous sommes heurté à deux grosses difficultés.

D'une part en logique des propositions, grâce aux travaux de G. Gentzen et St. Jaskowski, en dehors du calcul des thèses s'était développé un calcul de la déduction naturelle ou calcul des hypothèses (des suppositions). Algébriquement à ce calcul correspondait la théorie des idéaux. Toutefois nous n'avons pas réussi à construire un calcul analogue pour les logiques à trois ou à plusieurs valeurs.

D'autre part en construisant sa logique à trois valeurs J. Lukasiewicz pensait à cette troisième valeur comme «das Mögliche»; il y introduisait deux nouveaux connecteurs: la possibilité et la nécessité.

Toutefois ces connecteurs ne traduisaient pas d'une manière convenable les idées de «nécessité» et de «possibilité», d'«impossibilité» et de «contingence» (non nécessité) de la philosophie ordinaire. La contingence itérée donnait la nécessité et la syllogistique modale d'Aristote ne pouvait pas être construite.<sup>4</sup>

L'idée énoncée par J. Lukasiewicz et reprise par Z. Zawirski d'une relation entre la logique à une infinité de valeurs et le calcul des probabilités ne me paraissait pas féconde.

Nous n'avons donc aucun exemple de proposition ayant plus de deux valeurs.

Cette difficulté nous semblait essentielle.

Nous avons donné un théorème de représentation, qui permettait d'associer à toute proposition trivalente un couple de propositions chrysippiennes. Une proposition  $n$ -valente était représentée par  $n-1$  propositions bivalentes. Toute théorie dé-

ductive à logique trivalente pourrait être représentée par une théorie déductive à logique classique.

Nous aurions aimé pouvoir développer au moins une théorie mathématique en employant une logique à plusieurs valeurs. Toutefois nous n'avons pas réussi à le faire.

## II

Lukasiewicz avait appelé non-chrysippiennes les logiques pour lesquelles certaines thèses de la logique classique des propositions n'étaient pas valables. Non-aristotéliennes auraient dû être appelées certains calculs des prédicats pour lesquels certaines conceptions classiques ne seraient pas valables. Un exemple nous est offert par les universelles stochastiques :

la plupart des S sont des P

et par les existentielles stochastiques

il y a assez de S qui soient des P.

La grosse difficulté que présentait cette logique non aristotélienne est que nous ne savions pas si elle est ou non axiomatisable.

En 1942 fût créée à l'Université de Bucarest une chaire d'Analyse supérieure et Logique mathématique, mais nos recherches étaient arrivées à une impasse.

## III

En 1949 nous avons connu les recherches de V. I. Shestakov et M. A. Gavrilov en Union Soviétique, ensuite celles de Claude Shannon aux Etats Unis, ainsi que celles de Nakashiaa et Hanzawa au Japon qui avaient réussi à créer une théorie des circuits à contacts et relaie par l'emploi de l'algèbre de la logique.

Deux problèmes se posaient. Le premier était : pouvait-on faire fructifier nos connaissances sur les algèbres de Boole

a fin d'aider au progrès de nos connaissances sur le fonctionnement des automates à contacts et relais.

Nous avons appris que des méthodes semblables pouvaient être employées dans l'étude des circuits à transistors à tubes électroniques, à criotrons, à anneaux magnétiques, etc. Il est très agréable de voir que certains théorèmes d'algèbre pure peuvent être rendus intuitifs sur des objets réels. Il était très important pour un peuple qui s'acheminait vers l'industrialisation, donc vers l'automation, de connaître la théorie raisonnée des dispositifs d'automation.

Un deuxième problème qui se posait était: n'y-t-il pas des dispositifs d'automation discrète qui, se trouvant dans plus de deux états différents, doivent employer des logiques à plusieurs valeurs?

En l'année scolaire 1954-55 à la Faculté de mathématiques de l'Université de Bucarest nous avons commencé une suite de cours sur la théorie algébrique des automates.

Il serait trop long d'énumérer les contributions apportées par L. Livovachi, Gh. Ioanin, Paul Constantinescu, Mariana Coroi Nedelcu, C. Popovici, S. Rudianu, I. Tomescu et d'autres dans cette étude (5)-(8). Un «Survey of the Roumanian works on the algebraic theory of automata» a été publié dans.<sup>7</sup>

En dehors des livres (5)-(10), cités dans la bibliographie, une dizaine de volumes ont été publiés en roumain par Gr. C. Moisil, L. Livovachi, Solomon Marcus et d'autres. Nous nous bornerons de souligner le fait que, grâce à l'emploi des logiques à trois et à plusieurs valeurs<sup>8, 9, 10</sup> le problème des aléas de fonctionnement dans les circuits de commutation combinatoires ou séquentiels a pu être résolu.

En 1968 a été organisé à Bucarest un Symposium sur les aléas de continuité et de simultanéité dans les circuits de commutation.

Nous voulons mentionner les relations de collaboration de notre groupe avec le groupe de chercheurs qui travaille à l'Institut d'Automatique et de Télémécanique de l'Académie des Sciences de l' U. R. S. S. sous la direction de M. A. Gavrilov.

La commission d'automatique de l'Académie de la République Socialiste de Roumaine et, à partir de 1966 la Commission de Cybernétique de cette Académie ont aidé le développement de la théorie des automates finis.

#### IV

Parmi les automates discrets une catégorie très importante est celle des machines à calculer électroniques digitales ou ordinateurs. Ayant pris part au Colloques de Dresde en 1955 et de Moscou en 1956, desirant travailler pour la calculatrice CIFA-1 que Victor Toma venait de construire à l'Institut de Physique de l'Académie, notre groupe a commencé à étudier ce qu'on appelle maintenant l'informatique; les premiers cours sur les calculatrices électroniques ont été tenus dans notre pays à l'université de Bucarest en 1957; cette activité a abouti à la création d'une spécialisation en informatique à la Faculté de mathématiques de l'université de Bucarest en 1959 et à la création du Centre de Calcul de cette Université en 1962.

Parmi les problèmes pratiques qui devaient être résolus aux ordinateurs, les plus importants étaient ces de recherche opérationnelle. C'est grâce à l'étude simultanée de l'algèbre de la logique, des problèmes de programmation linéaire, des automates finis, des systèmes d'équations de Bolle et de la théorie des graphes que naquit à Bucarest la programmation pseudo-booléenne, problème de la minimisation d'une fonction à valeurs réelles dont les variables ne peuvent prendre que deux valeurs. Ces problèmes conduisent à la résolution des systèmes d'équations de Boole.<sup>11</sup>

Un autre problème important qui a été abordé par notre groupe est celui de la traduction automatique.<sup>12</sup> Un autre groupe, travaille sous la direction de Salomon Marcus.<sup>13 - 17</sup> Un cours de linguistique mathématique est professé par Salomon Marcus à la Faculté de mathématique de Bucarest dès l'année scolaire 1960-1961. Près de l'Académie de la République Socialiste de Roumanie fonctionne depuis 1959 une Commission de Linguistique mathématique. Un chapitre im-

portant se développe actuellement chez nous, la poésie mathématique.<sup>18</sup> On a publié une bibliographie des travaux roumains de linguistique mathématique jusqu'en 1966.<sup>27</sup>

Un domaine d'application des ordinateurs et de la logique des relations qui aura, croyons nous, un grand avenir est constitué par *l'archéologie et l'histoire*. Un colloque international sur ces problèmes a eu lieu à Mamaia en 1970.

## V

Le développement de la logique mathématique appliquée n'a pas empêché le développement de la logique mathématique pure.

Eugen Radu et Gh. Nadiu ont étudié la logique intuitionniste.

Mircea Tirnoveanu a étudié certains systèmes non constructifs ou sémi-constructifs et a publié un premier volume d'un *Traité de logique mathématique*.<sup>21</sup>

Des introductions à la logique mathématique ont été publiées par Gh. Enescu<sup>22</sup> et par nous même.<sup>23</sup> Marusciac a publié une introduction à la théorie des algorithmes.<sup>24</sup> C. Constantinescu<sup>25</sup> et Al. Froda<sup>26</sup> des introductions à la théorie des ensembles. \*

Sous la direction de A. Joja paraît depuis 1958 la revue «Acta Logica». Un Centre de Logique sous la direction de A. Joja fut fondé en 1963 près de l'Académie de la République Socialiste de Roumanie; il publie la collection «Probleme de logică». A. Joja a publié de nombreuses études sur l'histoire de la logique. Il a organisé en 1969 un Colloque sur la modalité chez Aristote et chez les modernes. Ont été traduites les oeuvres d'Aristote et de quelques uns de ses

\* On a publié la traduction des livres de P. S. Novikoc et A. A. Markov ainsi qu'une collection d'études de Grzegorzczk, Leibniz, Boole, Frege, Russel, Hilbert, Schoenfinkel, Lukasiewicz, Church, Curry, Carnap, Lewis, Tarski, Post, Reichenbach, Rosser-Turquette, Heyting, Kolmogoroff, Markov, Glushkov, Kleene, Mostowski, H. Carten, Bourbaki, A. Robinson.

commentateurs (Cerydalée, Amonius, Stephanus, Porphyre). Cet essor de la logique formelle est très important pour le développement chez nous de la logique mathématique ; quoique cette discipline c'est développée surtout à l'institut de mathématiques de l'Académie à la Faculté de Mathématique et au Centre de Calcul de l'Université, les problèmes philosophiques soulevés par la logique mathématique ont intéressé chez nous beaucoup de philosophes. Des cours de logique mathématique sont professés à la Faculté de philosophie depuis 1942.

Dans cette atmosphère j'ai continué mes anciens travaux ; la théorie algébrique des automates m'a offert un premier exemple de propositions à trois valeurs.<sup>2</sup> Un autre exemple tiré de la linguistique nous a été offert par M. Yves Gentilhomme.<sup>2</sup> Enfin la théorie des «fuzzy sets» de M. L. Zendch<sup>2</sup> offre un exemple de propositions à une infinité de valeurs. Ceci nous a conduit à introduire les algèbres de Lukasiewicz à un ensemble linéairement ordonné de valeurs.<sup>2</sup> Quelques uns de mes élèves, G. Georgescu,<sup>10</sup> Vlad Boicescu,<sup>10</sup> Gh. Nadiu et le regrété Cornal Sicoe ont approfondi l'étude des logiques à un nombre fini ou à une infinité de valeurs, dans les cadres de l'algèbre et surtout de la théorie des catégories.

D'autre part nous avons approfondi les idées de G. Gentzen et nous avons créé une logique des propositions du II-ème type (propositions sur les propositions) et du III-ème type (propositions sur les propositions du II-ème type), ce qui nous a permis de construire une logique (la logique strictement positive) qui a pour modèles les treillis non-distributifs - à laquelle Gh. Nadiu a étendu le théorème d'interpollation - et une logique (la logique de la mécanique des quanta) qui a pour modèles ceux étudiés par Garrett Birkhoff et J. von Neumann.

Nous avons introduit aussi les propositions d'un type quelconque  $n$  ( $n$  nombre naturel).

Mes travaux actuels portent sur une logique des propositions très général, sans connecteurs, à une infinité de types.<sup>10</sup>



Sergiu Rudeanu a publié une bibliographie des systèmes d'axiomes des treillis et des algèbres de Boole<sup>28</sup> avec une analyse comparative des résultats obtenus.

Une bibliographie des travaux roumains sur la logique mathématique et un essai de bibliographie des logiques à plusieurs valeurs est publiée en<sup>2</sup>.

## BIBLIOGRAPHIE

1. J. LUKASIEWICZ. *Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systeme des Aussagenkalküls*. Sprawozdaniaz posiedzen Towarzystewa Naukowego Warazswskiego - Comptes rendus des séances de la Societé des Sciences et des Lettres de Varsovie, classe IV, vol. XXIII (1930), pag. 51.
2. GR. C. MOISIL. *Essais sur les logiques non-chrysippiennes*. Editura Academiei Republicii Socialiste Romania, Bucuresti, 1971. Ce volume contient les études dans ces domaines que nous avons publié entre 1937 et 1970. Un premier recueil avait été publié en roumain.  
GR. C. MOISIL. *Incerari vechi si noi de logica neclasica*. Bucuresti. Editura Stiintifica, 1965.
3. *Essais sur la philosophie des sciences*. Editura Academiei Republicii Socialiste România 1971. Dans ce volume nous avons républié quelques uns de nos travaux anciens.
4. A. BECKER. *Die Aristotelische Theorie der Möglichkeitschlusse*. Inaugural Dissertation. Munster, i. w., 1933.
5. ———.
6. GR. C. MOISIL. *Algebraicka teoria automatu*. Prague, 1964.
7. GR. C. MOISIL. *The algebraic theory of switching circuits*. Pergamon Press, 1969.
8. GR. C. MOISIL. *Théorie structurelle des automates finis*. Paris, 1967.
9. GR. C. MOISIL. *Zastosowanie algebr Lukasiewicz do teorii ukladow po przekaznikowo - stychowych*. Vol. I et vol. II. Editions de l'Académie Polonaise, Varsovie, 1966 et 1967.
10. *Logique - automatique - informatique*. Editura Academiei Republicii Socialiste România, Bucuresti, 1971.
11. P. L. IVANESCU (HAMMER) et S. RUDEANU. *Boolean methode in operations research and related areas*. Okonometrie und Unternehmenferschung, vol. VII. Springer Verlag, 1967.
12. ERIKA NISTOR DOMENKOS. *Algoritm de traducere din limba englaza in limba româna*. Bucuresti.
13. SALOMON MARCUS. *Algebraic Lingvistic, analytical models*. Academic Press, 1967.

14. SALOMON MARCUS. *Introduction mathématique à la linguistique structurale*. Paris, Dunod, 1967.
15. \_\_\_\_\_.
16. SALOMON MARCUS. *Algebraicke modely v lingvistice*, Prague, 1969.
17. SALOMON MARCUS. *Gramatici si automate finite*. Editura Academiei Republicii Populare Române, 1964.
18. SALOMON MARCUS. *Poetica matematica*. Editura Academiei Republicii Socialiste România, 1970.
19. E. MIHAILESCU. *Sisteme logice si forme normale în calculul propozitiilor*. Bucuresti, Editura Academiei R. S. România.
20. E. MIHAILESCU. *Logica matematica*. Bucuresti, Editura Academiei R. S. România, 1969.
21. MIRCEA TIRNOVEANU. *Elemente de logica matematica*. Vol. I, Bucuresti. Editura didactica si pedagogica. 1964.
22. GH. ENESCU. *Introducere în logica matematica*. Bucuresti. Editura Stiintifica. 1965.
23. GR. C. MOISIL. *Elemente de logica matematica si teoria multimilor*.
24. I. MARUSCIAC. *Teoria algoritmilor*. Bucuresti. Editura didactica si pedagogica.
25. CORNEL CONSTANTINESCU. *Teoria multimilor*. Editura Academiei R. S. România, 1962.
26. AL. FRODA. *Introducere în algebra moderna*. Vol. I, *Teoria multimilor*. Bucuresti, Editura stiintifica, 1968.
27. *Bibliografia lucrarilor românesti de lingvistica matematica. Bibliography of rumanian works on Mathematical Linguistics*.  
Societatea de Stiinte matematice din Republica Socialista România. Bucuresti, 1966.
28. SERGIN RUDEANO. *Axiomele laticilor si algebrelor booleene*. Editura Academiei R. S. România. Bucuresti, 1963.
29. GR. C. MOISIL. *La logique mathématique dans la République Socialiste de Roumanie, dans Contemporary Philosophy. A. Survey. La philosophie Contemporaine. Chronique*. Firenze. La Nuova Italia. 1968.
30. GR. C. MOISIL. *Logica matematica. Teoria automatelor finite. Economia matematica et Informatica* et SALOMON MARCUS. *Cercetari de lingvistica algebrica dans Institutul de matematica al Academiei Republicii Socialiste România (Bucuresti si Iasi) 20 de ani de activitate. 1949-1969*. Editura Academiei Republicii Socialiste România, 1970.