

COMENTARIOS

CORRECCIONES DE HAO WANG A LA PRIMERA VERSIÓN DEL ARTÍCULO "RUSSELL Y SU LÓGICA"

DESPUÉS DE PUBLICADO EN *TEOREMA*, 4, diciembre 1971, páginas 31-76, el artículo, en versión castellana, de Hao Wang, «Russell y su lógica», según acuerdo estipulado con el profesor S. Körner, director de la revista *Ratio* y la casa Basil Blackwell de Oxford, el autor ha tenido la amabilidad de enviarnos una versión corregida de dicho artículo, lo cual nos permite ofrecer a los lectores de *Teorema* las correcciones que el profesor Wang ha introducido en la versión revisada de su artículo. Tales correcciones pueden clasificarse en cinco tipos: 1) reestructuración de las partes del artículo; 2) correcciones de estilo (de éstas sólo daremos cuenta en la medida en que sean conceptualmente relevantes); 3) párrafos añadidos; 4) nueva redacción de algunos párrafos y supresión de otros; 5) las notas. Por el orden referido desarrollaremos ahora las correcciones de Hao Wang.

1) El epígrafe 1. *Notas al azar* constituye en esta versión corregida la *I Parte*, con el mismo título, y todos los epígrafes restantes constituyen la *II Parte* con el título general «*La lógica de Russell y algunos resultados generales*». La numeración de los epígrafes de la *II Parte* comienza con el 1., en consecuencia todos los epígrafes van numerados con un número inferior al que tenían.

2) En pág. 44, líneas 34-35 dice «... el paradigma del análisis filosófico, aunque el autor sea personalmente parcial respecto del ejemplo más antiguo...», en la versión corregida dice: «... el paradigma del análisis filosófico. En su forma es similar al ejemplo más antiguo...».

En pág. 46, líneas 13-14 dice: «La teoría de conjuntos de Zermelo con el axioma de sustitución y el axioma de von

Neumann...», debe decir: «El axioma de sustitución y el axioma de von Neumann...».

En pág. 55, línea 33 debe añadirse «y a la inversa».

En pág. 61, línea 21 dice «Por el teorema de Löwenheim...», se rectifica así: «Es sabido que...».

A partir de la pág. 70 todas las ocurrencias de «total» referidas a una clase infinita total, deben ser sustituidas por ocurrencias de «totalidad»; por ejemplo, donde dice «un total infinito» o «total C», debe decir «una totalidad infinita» o «totalidad C», respectivamente.

En pág. 71, línea 35 dice «perturbar la constitución de un predicado aritmético», debe decir «perturbar la interpretación de un predicado aritmético».

En pág. 76, líneas 16-17 dice «... puede quizás significar una inadecuación del principio», debe decir «... puede quizás indicar que el principio es inadecuado».

3) Añade un epígrafe nuevo, con el número (6) que debe intercalarse en la pág. 36, después de la línea 33, modificando la numeración de los epígrafes siguientes de esta primera parte de manera que el (6), (7) y (8) pasan a ser respectivamente (7), (8) y (9). El epígrafe que introduce es el siguiente:

«(6) La relación entre Russell y sus tres principales colaboradores no carece de interés. Whitehead se atrevió a decir: «Bertie piensa que mi cerebro es confuso, pero yo pienso que su mente es simple». El desencantamiento de Russell con al menos la influencia de Moore y Wittgenstein, si no con su propio trabajo, es vivamente transparente en su escrito⁶ «The Cult of 'Common Usage'». Moore se vio frustrado en su intento de clarificar y precisar conceptos de Russell, tales como el de función proposicional. Wittgenstein ha confesado haber pensado retener la publicación del *Tractatus* porque no le satisfacía la introducción de Russell. Ciertamente el último Wittgenstein estaba tan en contra de las ideas filosóficas de Russell como de sus propias ideas primeras.

Hay una carta⁷ de Whitehead a Russell que dice: «Mis ideas y métodos discurren por cauces diferentes a los tuyos y el período de incubación es largo y el resultado alcanza su

forma inteligible en la etapa final, —no desearía que tomases mis notas que en sus contextos son lúcidas para precipitarlas en lo que consideraría una serie de medias-verdades.» En cartas personales,⁸ Russell ha hablado de las críticas privadas de Wittgenstein a su obra. «Me di cuenta de que él estaba en lo cierto, y observé que no esperaba hacer de nuevo tareas fundamentales en filosofía... Me embargó una total desesperación.» «Las críticas de Wittgenstein me dieron un sentido de fracaso.»

Santayana notó que Russell malgastaba su talento.⁹ Él podía haber sido una gran figura política, un *leader* de reforma o alternativamente: «Él pudo emprender una *instauratio magna* de la filosofía científica. Podía haberlo hecho mejor que Bacon, dado que la ciencia a su alcance estaba mucho más avanzada; y los *Principia Mathematica* parecían anunciar una tal posibilidad.»

4) En pág. 38, líneas 28 y ss. se suprime el párrafo «Una gran parte... de los logros de Russell».

En pág. 40, línea 22 y ss. sustituye la cita sobre Kant por la siguiente paráfrasis: «al efecto de que puesto que la matemática es obviamente sintética, la reducción muestre que la lógica es también sintética».

En pág. 43, línea 20 y ss. el párrafo «El tipo de todos los números... que no pertenece a la clase m », queda redactado de la siguiente forma: «El tipo de todos los números requiere una consideración de la totalidad de tipos y rangos, puesto que todos los rangos tienen números. El tipo de todas las proposiciones da lugar a una contradicción al considerar todas las clases de proposiciones y la clase K de todas las proposiciones, una proposición P_m para cada clase m de proposiciones, a saber 'cada proposición de la clase m es verdadera', la cual, según la estructura del tipo, no pertenece a la clase m . En consecuencia, P_K pertenece y no pertenece a K .»

En pág. 45, línea 22, el párrafo «La estratificación... requisitos exigidos», queda redactado de la siguiente forma: «La estratificación de Quine⁸ parece cumplir correctamente los requisitos exigidos, aunque es dudoso que Russell se hubiese

sentido satisfecho de presentar un sistema con tan poca motivación conceptual.»

En pág. 49, líneas 32 y ss., el párrafo «Una propiedad ha de ser... es de orden 2», queda redactado así: «Una propiedad ha de ser de orden superior a las cosas que tienen la propiedad, p. ej., φx es una propiedad de orden 1, de individuos (cosas de orden 0), mientras que $(\varphi_1) \dots \varphi_1 x \dots$ es de orden 2.»

En pág. 51, líneas 7 y ss., el párrafo «Las constantes... como letras esquemáticas», queda redactado así: «Las constantes $\supset, \equiv, \wedge, (\exists)$, son definidas a partir de $\sim, \vee, ()$ según los criterios habituales. En lo que sigue es más natural construir p, q, F , etc., como letras esquemáticas.

«P2. El cálculo proposicional.»

En pág. 53-54, líneas 36 y ss., el párrafo «aunque tengamos... P_{n-1} » queda redactado así: «aunque tengamos (p_n) $(Ap_n) \supset \sim T_n p_n$ abreviadamente, q , y Aq , no podemos derivar $\sim T_n q$ porque q es de orden $n + 1$. Entre otras cosas, tendríamos que incluir axiomas como $p_n \equiv T_n p_n$ ».

En pág. 55, líneas 12-13, el párrafo «usar formas... prenex» queda redactado así: «usar formas de minialcance (con cuantificadores tan internos como sea posible) más bien que formas prenex».

En pág. 59, línea 13, la expresión «del 'atomismo lógico'» es sustituida por: «del 'atomismo lógico', según el cual los términos sin referencia pueden ser eliminados».

En pág. 61, línea 25, completa la cita de Ramsey con las siguientes líneas: «Pero incluso si, de hecho, todas las clases son definibles, no podemos identificar en nuestra lógica las clases con las clases definibles sin destruir la aprioridad y necesidad que es la esencia de la lógica».

En pág. 64, línea 24, después de «adecuada de ambos» sigue «, por ejemplo, los números complejos y los pares ordenados de números reales, o Dios y la omnipotencia.»

En pág. 74, líneas 7 y ss., el párrafo «Kreisel exige... el nombre de 'progresiones autónomas' », queda redactado de la siguiente forma: «Esta idea simple ha sido refinada ante el requerimiento de que para que un ordinal sea aceptable, debe reconocerse (probarse) que la buena ordenación correspon-

diente es una buena ordenación en el sistema predicativo dado. Esto naturalmente plantea la cuestión de cómo un sistema predicativo, que no contiene variables sobre conjuntos arbitrarios de ordinales, puede expresar con verdad la propiedad de ser una buena ordenación. Sucede que en muchos casos el teorema no-restringido de buena ordenación es clásicamente verdadero, cuando la forma restringida es probable en el sistema predicativo dado. Schütte y Feferman³³ han obtenido resultados independientemente a lo largo de la línea que se pone bajo el nombre de «progresiones autónomas» ».

En pág. 75, el párrafo «De hecho... la unión de las posteriores» (líneas 6-9) es suprimido.

En pág. 75-76, los párrafos «En general... consideradas aquí» (líneas 31 a 2, respectivamente) son suprimidos.

5) Las notas que introduce son en su mayoría o bien referencias que figuraban entre paréntesis en el texto, o bien párrafos enteros que pasan ahora a la condición de notas a pie de página; en ambos casos el texto se modifica, al pasar ciertos fragmentos a notas, por razones puramente estilísticas. En aras a la brevedad omitiremos estas correcciones estilísticas, dado que son simplemente cláusulas de estilo. De cada nota reseñaremos la página y línea a que corresponde y el texto que la constituye:

NOTAS A LA PARTE I

¹ Página 31, línea 7, después de «críticos»: *The Philosophy of Bertrand Russell*, ed. P. A. Schilpp, 1944, pág. 681.

² Página 34, línea 34, después de «contradictorio»: G. E. Moore, *Ethics*, 1912.

³ Página 35, línea 24, después de «doctrina»: G. E. Moore, *Principia Ethica*, 1903.

⁴ Página 35, línea 28, después de «civil»: J. M. Keynes, *Two memoirs*, 1949.

⁵ Página 36, línea 11, después de «decir esto»: Russell, *Portraits from Memory*, 1956, pág. 210 (hay traducción castellana).

⁶ En el párrafo añadido, según se indica en esta misma nota: *Ibid.*, págs. 166-172.

⁷ En el párrafo añadido, según se indica en esta misma nota: *The Autobiography of Bertrand Russell*, vol. 2, 1968, págs. 96-97 (Bantam edition). (Hay traducción castellana de los vols. 1 y 3.)

⁸ En el párrafo añadido, según se indica en esta misma nota: *Ibid.*, págs. 64 y 90.

⁹ En el párrafo añadido, según se indica en esta misma nota: G. Santayana, *My Host the World*, 1953 pág. 29. (Hay traducción castellana.)

¹⁰ Página 39, línea 2, después de «cumpleaños»: *Portraits from Memory*, págs. 58-59.

NOTAS A LA PARTE II

¹ Página 39, línea 31, después de «obra lógica»: *Principles of Mathematics*, 1903 y 1937. Los tres fragmentos mencionados corresponden a las págs. 1-108, 523-528, p. v-xiv, un total de 124 páginas. (Hay traducción castellana.)

² Página 40, penúltima línea, después de «veinte premisas»: ver págs. 13-26; a continuación sigue el texto de la pág. 41, que pasa a nota, desde «El cálculo proposicional...» hasta «... y siete premisas más...»; el resto de la nota modifica la redacción de las tres últimas líneas del segundo párrafo de la pág. 41 de la siguiente forma: «: xRy es una proposición, la implicación y ϵ son relaciones, el complemento de una relación es una relación, el producto relativo de una relación es una relación, entre cualesquiera dos términos hay una relación que no se da entre cualesquiera otros dos términos (el efecto parece ser el par ordenado de los dos términos). Las relaciones son consideradas intensionalmente, de manera que dos relaciones pueden tener la misma extensión sin ser idénticas. Es de alguna manera extraño tomar la implicación como una relación».

³ Página 44, línea 16, después de «clases»: G. Frege, *Grundgesetze der Arithmetik*, vol. II, postscript.

⁴ Página 44, línea 24, después de «propias palabras»: B. Russell, *My Philosophical Development*, 1959, pág. 83. (Hay traducción castellana.)

⁵ Página 44, línea 31, después de G. E. Moore: *Philosophy of Bertrand Russell*, ed. P. A. Schilpp, 1944, págs. 175-226.

⁶ Pág. 44, línea 35, después de «análisis filosófico»: A. J. Ayer, *Language, Truth and Logic*, 1936, capítulo III. (Hay traducción castellana.)

⁷ Página 45, línea 6, después de «paradojas»: *Proc. London Math. Soc.*, vol. 4 (1906), págs. 29-53.

⁸ Página 45, línea 22, después de «Quine»: W. V. Quine, *American Math. Monthly*, vol. 44 (1937), págs. 70-80.

⁹ Página 45, líneas 31 y sigs. después de Burali-Forti (línea 31), el texto que va desde «una propiedad...» hasta «... la paradoja de Russell». (Página 46, líneas 1-2) constituye el contenido de esta nota, dejando de figurar en el texto.

¹⁰ Página 46, línea 22, después de «Poincaré»: J. Richard, *Revue générale des sciences pures et appliquées*, vol. 16 (1905), pág. 541.

¹¹ Página 46, línea 31, después de «se considera»: H. Poincaré, *Rev. metaph. mor.*, vol. 14 (1906), págs. 196-207, 866-868.

¹² Página 47, línea 1, después de «respuesta»: B. Russell, *Rev. metaph. mor.*, vol. 14 (1906), págs. 627-650.

¹³ Página 47, línea 20, después de «principios de la lógica»: B. Russell, *Am. j. math.*, vol. 30 (1908), págs. 222-262. E. Zermelo, *Math. Annalen.*, vol. 65 (1908), págs. 261-281. L. E. J. Brouwer, *Tijdschrift v. Wijsbegeerte*, vol. 2 (1908), págs. 152-158.

¹⁴ Página 47, línea 30, después de «teoría de tipos»: H. Poincaré, *Rev. metaph. mor.*, vol. 17 (1909), págs. 461-482.

¹⁵ Página 47, línea 30, después de «traducción francesa»: *Rev. metaph. mor.*, vol. 18 (1910), págs. 263-301.

¹⁶ Página 48, línea 21, después de «Skolem»: Th. Skolem, *Videnskap. Skr., I. Mat-Nat. Kl.*, núm. 6, 1923.

¹⁷ Página 48, última línea, después de «sentencias cerradas»: W. V. Quine, *Mathematical logic*, 1940 y 1951, § 17.

¹⁸ Página 51, línea 17, después de «Bernays»): P. Bernays, *Math. Zeitschrift*, vol. 25 (1926), págs. 305-320.

¹⁹ Página 53, línea 16, después de «sistema de Quine»: ver la anterior nota 8.

²⁰ Página 53, línea 21, después de «Ackermann»: D. Hilbert y W. Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik*, 2.^a ed, 1938.

²¹ Página 54, línea 36, después «disertación de Herbrand»: J. Herbrand, *Recherches sur la théorie de la démonstration*, 1930.

²² Página 56, línea 7, después de «la lógica de Russell son», debe decir «algunos trabajos de Wittgenstein, Ramsey y Gödel», viniendo a continuación la nota 22, que dice: L. Wittgenstein, *Tractatus*, 1921, 1922, 1961. F. P. Ramsey, *Foundations of mathematics*, 1931, K. Gödel, «Russell's mathematical logic», en el libro citado en la nota 5.

²³ Página 58, línea 18, después de «concluyente»: Op. cit., nota 38.

²⁴ Página 58, última línea, después de « $fx|\bar{x}gx$ »): M. Schönfinkel, *Math. Annalen*, vol. 92 (1924), págs. 305-316.

²⁵ Página 60, línea 31, después de «contradicciones»: Ver Ramsey, op. cit., págs. 59-61.

²⁶ Página 60, línea 33, después de «1930-3»: G. E. Moore, *Mind*, vol. 64 (1955), págs. 1-4.

²⁷ Página 61, línea 12, después de «Ramsey»: Ramsey, op. cit., págs. 1-61. Para las citas de este párrafo ver págs. 22-24. Sobre la cuestión de la definibilidad absoluta, comparar la comunicación de K. Gödel en *The undecidable* (ed. M. Davis), págs. 84-88. La más cercana aproximación a la noción en cuestión es la definibilidad ordinaria de Gödel.

²⁸ Página 61, línea 30, después de «libro de Ramsey»: B. Russell, *Mind*, vol. 40 (1931), págs. 476-482.

²⁹ Página 66, línea 36, después de "(1919)": B. Russell, *Introduction to Mathematical Philosophy*.

³⁰ Página 67, línea 4, después de «Quine»: W. V. Quine, *Mind*, vol. 62 (1953), pág. 436.

³¹ Página 73, línea 29, después de «el autor sugirió» (expresión que por modestia del autor queda redactada como «fue sugerido»): *J. symbolic logic*, vol. 19 (1954), pág. 261.

³² Página 73, línea 37, después de «Spector»: C. Spector, *J. symbolic logic*, vol. 20 (1955), págs. 151-163.

³³ Página 74, en el lugar oportuno según se advirtió en la nueva modificación de párrafo que aparece en esta misma nota: K. Schütte, «Predicative well-orderings», *Formal systems and recursive functions* (eds. J. N. Crossley y M. Dummett), 1963, y *Arch. math. Logik u. Grundl.*, vol. 7 (1965), págs. 45-60. S. Feferman. *J. symbolic logic*, vol. 29 (1964), págs. 1-30.

³⁴ Página 76, línea 8, después de "Gödel ha argüido": K. Gödel, escrito reseñado en la nota 22.

Nota de la redacción