

Fundamentos en Humanidades

Universidad Nacional de San Luis

Año VI – Número I – (11/2005) 37/80 pp.

ALGUNAS CUESTIONES BÁSICAS ACERCA DE LA ENSEÑANZA DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS

Fredy González*

Universidad Pedagógica Experimental Libertador

e-mail: fgonzalez@ipmar.upel.edu.ve

Resumen

Se incluye aquí una revisión documental en torno a cuestiones fundamentales de la formación, adquisición y enseñanza de conceptos matemáticos. Está pendiente el examen de la literatura producida en este campo durante los veinticinco años más recientes (1980 -2004). El trabajo comienza con una revisión acerca de elementos claves de la teoría general de conceptos; en este sentido se examinan los siguientes aspectos: (a) naturaleza de los conceptos; (b) Funciones de los conceptos; (c) Diversas interpretaciones teóricas de los conceptos; (d) Clasificación de los conceptos; y, (e) Factores que afectan el proceso de adquisición de conceptos. Luego de lo anterior, se plantean consideraciones en torno a las diferentes estrategias aplicables en la enseñanza de conceptos y se ofrecen criterios para determinar si un concepto ha sido adquirido o no. Además, se indican algunos de los errores que cometen los alumnos cuando adquieren un concepto defectuosamente. Seguidamente, se realiza una amplia exposición acerca de la formación de conceptos matemáticos, enmarcando este proceso en el contexto de los fines que se le atribuyen a la enseñanza de la Matemática, la estructura de ésta, el carácter que tienen los conceptos matemáticos, y los factores que inciden sobre su aprendizaje. También se hacen comentarios acerca del papel desempeñado tanto por el

* Presidente de la Asociación Venezolana de Educación Matemática. Miembro del Personal docente de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (Núcleo Maracay) Profesor Titular, Dedicación Exclusiva, adscrito al Departamento de Matemática de la UPEL Maracay. Dirección Postal: Apartado Postal 514; Código Postal 2101. Maracay, Estado Aragua, Venezuela.

lenguaje como por la estructura de la Matemática en la formación de conceptos dentro de esta disciplina. Finalmente se formulan recomendaciones tanto para la organización de experiencias de aprendizaje como para la evaluación de conceptos matemáticos.

Palabras clave

Educación Matemática, Formación de Conceptos, Aprendizaje conceptual Significativo

Abstract

This work presents a documental review about basic issues concerning the framing, acquisition and teaching of mathematic concepts. The analysis of literature over the 1980-2004 period is still pending. This work starts with a review about the key elements of the general theory of concepts, such as a) nature of concepts, b) functions of concepts, c) different theoretical interpretations of concepts, d) classification of concepts, and e) factors affecting the process of acquisition of concepts. Then, several strategies applicable to concept teaching are analyzed, and criteria for determining whether a concept has been acquired or not are put forward. Also, some of the mistakes made by students when they acquire a faulty concept are mentioned. Mathematical concept framing is widely explained within the context of the objectives of the teaching of Mathematics, its structure, the nature of mathematical concepts, and factors influencing on their learning.

Some remarks about the role of both language and structure of Mathematics in the framing of concepts within this discipline are put forward. Finally, some recommendations for the organization of learning experiences and mathematical concept assessment are drawn up.

Key Words

Mathematics Education, Framing of Concepts, Meaningful Conceptual Learning

Introducción

Los conceptos son uno de los componentes clave de la estructura de la Matemática; ellos tienen un carácter abstracto y se refieren, generalmente, a realidades teóricas que son construidas a través de un proceso de matematización que contempla las siguientes fases: (a) manipulativa (esta se refiere al contacto que tiene el matemático o quien desea aprender esta disciplina, con objetos concretos o abstractos sobre los cuales aplica procesos de pensamiento de diversa

índole, básicos o de nivel superior); (b) verbal (en este caso el matemático, profesional o aprendiz, *lenguajea* –en un sentido maturaniano- es decir, habla acerca de aquellos asuntos de los que se ha dado cuenta durante la fase de manipulación); (c) ideográfica (en esta oportunidad se apela a diagramas, dibujos, esquemas, gráficos, etc. para comunicar los resultados de las dos fases anteriores; y (d) simbólica (en esta fase se apela a la utilización de íconos a los que se da un significado específico en el contexto donde se ubiquen los objetos que están siendo estudiados). Los símbolos denotan objetos con significado dentro de determinados referentes teóricos; ellos, junto con los objetos a los que se refieren y las relaciones que éstos establecen con otros objetos de su misma naturaleza son la base del proceso de conceptualización o de formación de conceptos; éste es el asunto que en este artículo se desarrolla.

En primer lugar, se expone una Teoría General Sobre Conceptos la cual contempla los siguientes aspectos: Naturaleza de los Conceptos, aquí se ofrece una respuesta a la interrogante ¿Qué es un concepto?: (la representación lingüística de una idea abstracta que capacita al que la posee para clasificar objetos o eventos y para decidir si dichos objetos son ejemplos o no ejemplos de la idea abstracta en cuestión).; luego, se hace referencia a las Funciones de los conceptos , ¿para qué sirven? (mediante los conceptos el sujeto obtiene una representación simplificada y generalizada de la realidad, lo cual posibilita la comunicación interpersonal. Además, al simplificar y uniformar el ambiente, los conceptos facilitan el aprendizaje por recepción y la solución significativa de problemas, liberan del ambiente físico al pensamiento, al aprendizaje y a la comunicación haciendo posible la adquisición de ideas abstractas sin recurrir a experiencias empíricas concretas); luego, se presenta una Clasificación de los conceptos (conjuntivos, disjuntivos y relacionales; *conceptos definidos* y *conceptos concretos*; concepto por definición y concepto por observación) y, finalmente, se exponen algunos de los Factores que afectan el proceso de adquisición de conceptos, entre los que se destacan los siguientes: (a) experiencia previa del aprendiz; (b) heterogeneidad de contextos; (c) la dinámica del uso de ejemplos y no ejemplos del concepto; (d) información no pertinente que se incluya en la instancias de ejemplificación; (f) cantidad de ejemplos presentados; (g) uso práctico del concepto.

Luego de lo anterior se ofrecen ideas para desarrollar estrategias adecuadas para la enseñanza de conceptos., las cuales se pueden clasificar en inductivas, deductivas y mixtas. Con base en lo anterior, se afirma que un concepto ha sido adquirido cuando se es capaz de usarlo adecuadamente en contextos de aplicación del mismo. Además, se mencionan algunos de los errores frecuente-

mente cometidos que se asocian con la inadecuada comprensión conceptual: (a) sobreestimación de condiciones; y (b) “concreción falaz”

Finalmente, se presentan aspectos clave de la formación de conceptos matemáticos, los cuales se asocian con los siguientes rasgos de esta disciplina: naturaleza de la estructura de la Matemática; carácter de los conceptos matemáticos; exigencias del aprendizaje y de la enseñanza de la Matemática; papel que los conceptos desempeñan en el desenvolvimiento de la Matemática y, evaluación del logro conceptual en matemática.

Teoría general sobre conceptos

Naturaleza de los conceptos

Para organizar e interrelacionar los datos que le aporta la experiencia, el hombre posee una serie de medios que le permiten adquirir, retener y transformar la información proveniente del medio que le circunda (Bruner, Goodnow y Austin, 1978); dichos medios son los denominados Procesos Cognitivos; entre éstos destacan la abstracción y la generalización los cuales constituyen los elementos esenciales del proceso de conceptualización o adquisición de conceptos.

El hombre en su relación cotidiana con el medio circundante, interacciona con una inmensa cantidad de objetos, eventos, personas e impresiones de todo tipo los cuales presentan rasgos distintivos que los diferencian entre sí; el ser humano, dado su poder cognoscente, está en capacidad de captar todas esas distinciones pero, si llegase a utilizar a plenitud su capacidad para registrar todas las diferencias que muestran los objetos y responder a cada una de ellas por separado, prontamente se convertiría en un «esclavo de lo particular» (Bruner et. al., 1978). Así que el sujeto no da una respuesta específica a cada uno de los millones de estímulos que le proporciona el ambiente, sino que, a aquellos que presentan características comunes, los agrupa en clases y reacciona ante los eventos, objetos o personas que lo circundan en función de su pertenencia a alguna de las clases formadas y no como unidades o individualidades específicas aisladas.

Se tiene entonces que la conceptualización implica una clasificación de estímulos que presentan características comunes (McDonald, 1959) y constituye un proceso mediante el cual cosas, objetos, acontecimientos, personas, etc., perceptualmente diferentes, son organizados en clases que permiten responder a los estímulos del medio como elementos de alguna de dichas clases y no en términos de su unicidad (Bruner, et. al., 1978). Esto significa que la conceptualización involucra la ejecución de las actividades mentales de discriminación, abstracción y generalización.

El hombre, en virtud de su capacidad para establecer distinciones, observa o percibe cualidades comunes en una cantidad de situaciones u objetos diferentes y, mentalmente, separa, es decir, abstrae dichas cualidades de la situación total en la que se hallan presentes; luego, las utiliza como criterio clasificador; así examina cada estímulo que percibe para establecer si puede ser incluido o no en una clase determinada y, a aquellos que poseen la cualidad común abstraída, los considera como miembros de una misma clase; es decir, las propiedades comunes son consideradas como criterios para la agrupación de los objetos en clases, ello permite dar una respuesta común a todos ellos reaccionando ante la clase y no ante cada uno de sus miembros en particular; luego, las cualidades comunes que han sido abstraídas a partir de un determinado conjunto de objetos o situaciones específicas permiten responder similarmente a una clase entera de objetos o situaciones relacionadas (Van Engen, 1953). Este proceso, eventualmente, es complementado con la selección o invención de alguna palabra u otro tipo de indicio lingüístico o gráfico que permite representar simbólicamente la clase que se ha constituido (Lovell, 1969; Corroll, 1964).

En cada una de las clases constituidas según el proceso anteriormente descrito pueden ser distinguidos tres aspectos fundamentales: el extensivo, el intensivo y el nombre (Elkind, 1969; Peel, 1971). La extensión de una clase está constituida por todos los objetos que pueden ser incluidos en ella; la propiedad intensiva se refiere a los aspectos o propiedades comunes que representan todos los objetos incluidos en la clase, es decir; que definen las características o atributos de la clase; el nombre es alguna palabra, frase, señal o signo particular que sirve para denotar simbólicamente a la clase.

Al insertarse en la estructura cognitiva del sujeto, estas clases constituyen formas de pensamiento que reflejan las propiedades comunes que comparten los elementos de la clase. Es este reflejo cognitivo de los atributos definitorios de la clase a lo que se denomina concepto. Luego, al adquirir un concepto, el sujeto no responde en forma discriminada ante cada uno de los estímulos que recibe desde el ambiente sino que agrupa en clases a aquellos que poseen características y/o propiedades comunes y responde de manera determinada a cada una de estas clases (Dib, 1974).

Son estas respuestas comunes ante los miembros de la clase las que permiten inferir que una persona posee un concepto. Bruner, et. al. (1978) señalan que existen dos amplios tipos de respuestas conceptuales: la de identidad y la de equivalencia. En una respuesta que permite inferir la formación de una clase de identidad, el sujeto reacciona ante una serie de estímulos que son formas di-

versas de la misma cosa; por ejemplo, la clase «números primos» incluye, entre otros, los objetos matemáticos 3,5,7,... la forma que representan es distinta pero cada uno de ellos se caracteriza por ser divisible sólo por sí mismo y por 1. Por otro lado, una respuesta conceptual que permite inferir que un sujeto ha adquirido una clase de equivalencia se presenta cuando dicho sujeto da una respuesta común a un conjunto de objetos discriminativamente diferentes, como a la misma clase de cosas o que significan la misma cosa; por ejemplo, $(z,+)$, $(R+R,+)$ y $(R^{m \times n},+)$ se refieren, respectivamente, a los números enteros, los vectores en el plano real y las matrices de m filas y n columnas, los cuales, desde el punto de vista matemático, son entes completamente diversos pero, constituyen instancias específicas de una misma estructura algebraica; todos esos sistemas poseen estructura de grupo; por tanto, se puede reaccionar ante ellos en función de dicha estructura haciendo abstracción de sus formas particulares respectivas.

Puede afirmarse que un concepto se forma a partir de una elaboración cognitiva de los datos sensoriales y que, una vez adquirido, constituye un mecanismo selectivo a través del cual deben pasar los estímulos externos con el fin de suscitar las respuestas pertinentes del sujeto (Van Engen, 1953), las cuales permiten a éste adaptarse a su entorno (Bruner, et. al., 1978).

Funciones de los conceptos

Los conceptos, una vez adquiridos, dotan al sujeto de una eficaz herramienta para enfrentar a su ambiente. En efecto, mediante los conceptos el hombre logra superar las particularidades específicas de la inmensa cantidad de estímulos, discriminativamente diferentes, que percibe y reaccionar ante ellos como miembros de una clase y no como unidades aisladas; como consecuencia de esto se produce una notable simplificación del ambiente; reduciéndose, por tanto, la cantidad de energía necesaria para enfrentarlo (Castillo, 1983). A través de la formación de conceptos, el hombre logra reducir la complejidad del entorno que lo circunda, ya que aprende a responder a cada elemento en función de los atributos generales de la clase a la cual pertenece en lugar de las propiedades particulares del elemento en cuestión.

Además de la anterior, Bruner, et. al. (1978) señalan que los conceptos permiten: (a) identificar los objetos y eventos que nos rodean, (b) reducir la necesidad de aprendizaje constante, (c) orientar la actividad instrumental y (d) ordenar y relacionar clases de eventos.

En relación con la *primera función*, puede decirse que los conceptos constituyen conjuntos de referencia en los cuales pueden ubicarse los objetos o eventos que nos circundan; de este modo, cosas que en la realidad son distintas pueden tratarse de la misma manera. Por ejemplo, si se posee el concepto de número irracional, tanto de $\sqrt{2}$ (raíz de 2) como de π puede afirmarse que no son expresables como un cociente de números enteros.

La *segunda función* que es asignada a los conceptos significa que si, en un objeto dado, son identificados los atributos definitorios correspondientes a una clase ya conocida, no es necesario un nuevo aprendizaje ya que todo cuanto haya sido aprendido con respecto a dicha clase es aplicable a cualquier objeto particular que pertenezca a ella.

En lo que respecta a la *tercera función*, se tiene que la posesión de un concepto permite, en cierta medida, anticipar la actividad del sujeto ante los ejemplos representativos de dicho concepto. En efecto, al enfrentarse a una instancia positiva del concepto, el sujeto guía su comportamiento en función de los atributos definitorios del concepto sin tener que hacer comprobaciones directas; en otras palabras, poseer un concepto implica el conocimiento anticipado de las acciones apropiadas e inapropiadas que pueden ser ejercidas sobre los objetos perteneciente a dicho concepto. Por ejemplo, si el discriminante de una ecuación de segundo grado es nulo, no es necesario verificar directamente que sus dos raíces son iguales.

La *cuarta función* atribuida a los conceptos tiene que ver con la manera como el sujeto hace significativo al medio que lo circunda. Efectivamente, los conceptos constituyen clases de eventos que, ordenadas e interrelacionadas entre sí de diversas formas, dan origen a estructuras coordinadas; luego, el sujeto se enfrenta al confuso medio que lo rodea interrelacionando las clases en las que ha agrupado los eventos en lugar de relacionar a éstos individualmente; así que, mediante los conceptos, el sujeto está en capacidad de comprender relaciones de coordinación entre clases de cosas; esto es necesario para la comprensión de reglas, principios, relaciones de causa efecto, etc. En efecto, si se reconoce que una determinada clase está subordinada a otra, pueden inferirse resultados interesantes. Ello es así porque las instancias de conceptos subordinados poseen, conjuntamente con sus atributos específicos, los correspondientes a los del concepto supraordenado.

La capacidad para buscar y establecer relaciones de coordinación entre conceptos es fundamental en la resolución de problemas que surjan en situaciones

independientes de las que condujeron a la formación de los conceptos (Osborne y Gilbert, 1979; Peel, 1971).

En resumen, mediante los conceptos el sujeto obtiene una representación simplificada y generalizada de la realidad, lo cual posibilita la comunicación interpersonal. Además, al simplificar y uniformar el ambiente, los conceptos facilitan el aprendizaje por recepción y la solución significativa de problemas, liberan del ambiente físico al pensamiento, al aprendizaje y a la comunicación haciendo posible la adquisición de ideas abstractas sin recurrir a experiencias empíricas concretas (Ausubel, 1980).

Diversas interpretaciones teóricas de los conceptos

La naturaleza de los conceptos y lo que ellos son es un asunto que ha sido ampliamente discutido a nivel teórico (Spitzer, 1975). Esta discusión ha conducido al desarrollo de, al menos, dos enfoques teóricos de lo que significa poseer un concepto: enfoque semántico y enfoque psicológico.

Enfoque semántico

Con el fin de poseer un marco conceptual para el análisis del término CONCEPTO desde el punto de vista semántico, debe tenerse en cuenta que un mismo término puede usarse de tres maneras diferentes: connotativa, denotativa e implicativamente.

La connotación de un término está constituida por las propiedades o características de los objetos nombrados por dicho término. Existe una connotación subjetiva la cual está integrada por las reacciones emocionales que el sujeto ha asociado al término.

El uso denotativo tiene lugar cuando el sujeto procede a identificar instancias particulares y/o específicas del objeto que es designado por el término. Por ejemplo, cuando usa el término FUNCIÓN para identificar relaciones particulares que son funciones, cuando da ejemplos de una función o cuando identifica objetos que no son funciones.

El uso implicativo ocurre cuando el sujeto entra en el campo del metalenguaje y habla acerca del término mismo en vez de hacerlo acerca de sus referentes. Por ejemplo, cuando da expresiones que son sinónimos de algún término.

Dentro del enfoque semántico pueden identificarse dos posiciones teóricas; una de ellas asigna una connotación subjetiva al término concepto y la otra le confiere

un significado denotativo. Para los teóricos ubicados en la primera posición, un concepto se manifiesta como el conjunto de asociaciones que una persona tiene con el término usado para designar el concepto. En esta caso se enfatiza la naturaleza individualista del concepto lo cual hace que esta noción pierda potencia teórica. Desde el punto de vista de la Matemática, esta acepción es inútil ya que en esta disciplina se está interesado en un conjunto restringido de asociaciones, las cuales constituyen soportes invariantes del concepto y no existe interés en relación con las connotaciones emocionales y actitudinales que la expresión denotativa que se ha utilizado para nominar al concepto haga surgir en el sujeto.

Los teóricos que confieren al término CONCEPTO un significado denotativo consideran que un concepto llega a convertirse en algo existente en la estructura cognoscitiva de un sujeto cuando se ha establecido algún tipo de condicionamiento entre una palabra (etiqueta que sirve para designar el concepto) y una serie de estímulos. Desde este punto de vista, la existencia de un término que lo designe es una condición necesaria para que exista el concepto. Al operacionalizar esta acepción, se observa que un concepto (elemento de la estructura cognitiva del sujeto) constituye una regla que permitirá decidir si, dada la descripción de un cierto objeto, puede aplicársele o no el nombre usado para designar al concepto.

Esta última posición corresponde a lo que, normalmente, los profesores de Matemática entienden por concepto. En efecto, al analizar qué hacen los docentes cuando dicen que están enseñando conceptos, se observa que existe una alta correlación entre tener el objetivo de enseñar el concepto de algo y enseñar cómo usar el término que designa ese algo. Cuando un docente señala que está enseñando un concepto particular manifiesta casi el mismo comportamiento que cuando dice que está enseñando cómo usar el término que designa dicho concepto. Henderson (1970) dice que cuando un docente enseña a sus alumnos el concepto de HEXÁGONO ejecuta casi las mismas conductas que ejecutaría si estuviese enseñándoles cómo usar el término hexágono. Si el docente dice a los estudiantes que un hexágono es «una porción de plano limitada por seis líneas rectas» está estableciendo las condiciones necesarias y suficientes en cuya presencia podrá usarse el término hexágono. De igual modo, si traza sobre el pizarrón varias figuras geométricas llamando a algunas de ellas hexágonos y a otras no hexágonos, procurando que los estudiantes descubran el conjunto de propiedades distintivas de un hexágono, de nuevo el docente estará indicando cómo puede ser usado el término hexágono; es decir, cuáles objetos pueden ser designados por ese término. Para Henderson, entonces, enseñar un concepto a un estudiante y enseñarle cómo usar un término que lo designa constituyen una

misma actividad pedagógica. Para el autor, un concepto constituye un par ordenado una de cuyas componentes es una expresión o nombre que designa al concepto y la otra, una o más reglas para usar dicha expresión. Estas reglas, las cuales constituyen las condiciones necesarias y suficientes para poder aplicar el nombre a algún objeto particular, han de reflejar los rasgos y propiedades esenciales y generales que poseen en común los diferentes objetos que son ejemplos o instancias positivas del concepto.

De acuerdo con lo anterior, puede afirmarse que los elementos a los que es aplicable la expresión usada para designar al concepto constituye un conjunto de objetos, eventos o símbolos que comparten características comunes (atributos críticos) y pueden ser referidos por un nombre o símbolo particular. La adquisición de algún concepto se concreta en la estructuras cognitiva del sujeto en una forma de pensamiento que refleja las propiedades esenciales de los objetos o fenómenos a los cuales se aplica el concepto.

En un concepto pueden ser distinguidos tres aspectos: extensión, propiedad intensiva y nombre o símbolo (Peel, 1971). La extensión de un concepto está determinada por todos los objetos o fenómenos a los que es aplicable. El aspecto intensivo tiene que ver con la propiedad que tienen en común todos los objetos o fenómenos agrupados en dicha clase. El nombre es una palabra o frase que, convencionalmente, es aceptada como expresión que designa al concepto. La extensión se manifiesta cuando se formulan juicios en los cuales el nombre del concepto aparece cuando sujeto; la parte intensiva del concepto aparece cuando son formulados juicios en los que el nombre aparece como predicado.

En resumen, el término concepto se usa para representar lingüísticamente una idea abstracta que capacita al que la posee para clasificar objetos o eventos y para decidir si dichos objetos son ejemplos o no ejemplos de la idea abstracta en cuestión. Así, por ejemplo, si una persona ha adquirido el concepto de triángulo es capaz de clasificar conjuntos de figuras planas en dos subconjuntos, uno cuyos elementos son triángulos y otro integrado por figuras que no son triángulos. La capacidad de clasificar supone el conocimiento de los atributos críticos o esenciales de los objetos referidos por el concepto; así que puede decirse que dichos atributos constituyen criterios clasificatorios.

Enfoque psicológico

Lo que ocurre en la psique de sujeto cuando adquiere un concepto, es un proceso que es explicado de diversas maneras. Para Bourne (1969) muchas de

las teorías contemporáneas que tratan de explicar el comportamiento conceptual, es decir, el comportamiento que se exhibe cuando un concepto ha sido adquirido, sólo son casos especiales de teorías del aprendizaje las cuales son agrupadas en dos grandes clases: Las conductistas y las cognoscitivistas. Las primeras sostienen que el aprendizaje consiste, fundamentalmente, en el establecimiento de asociaciones entre estímulos provenientes del medio y las respuestas emitidas por el sujeto ante tales estímulos; para esas teorías asociacionistas un concepto no es más que un conjunto de conexiones entre alguna respuesta y ciertos estímulos (Bourne, 1969). Por su parte, las teorías cognoscitivistas están vinculadas al procesamiento de información; para ellas, un concepto es un complejo proceso de adquisición, retención y transformación de la información proveniente del ambiente; en consecuencia, un concepto no es el establecimiento de una conexión estímulo-respuesta sino una elaboración cognitiva de los datos sensoriales.

Dentro de las teorías conductistas son identificados dos grupos: Las que sostienen el paradigma estímulo-respuesta descriptivo (E-R) y las denominadas mediacionistas.

Las teorías asociacionistas descriptivas no hacen suposición alguna acerca de procesos internos al organismo que medien entre las condiciones estimulantes externas y el comportamiento exhibido por el sujeto. El enfoque E-R descriptivo se fundamenta en los siguientes presupuestos: (1) el comportamiento de un sujeto puede ser representado eficientemente en términos de conexiones estímulo respuestas; en efecto, según los sostenedores de este punto de vista, cualquier evento conductual puede describirse especificando algunos hechos del ambiente (estímulos), algunos componentes de la conducta total y las relaciones entre ambos; (2) el estudio del comportamiento se conduce mejor si se emplea una metodología conductista sofisticada; (3) las teorías E-R relativas a fenómenos simples proporcionan un modelo provechoso para explicar conductas complejas (Kendler. 1964).

Los conductistas que se adscriben al enfoque E-R descriptivo estudian los fenómenos observables y enfatizan la influencia del ambiente. Estos autores no hablan de conceptos sino de comportamiento conceptual, éste ocurre cuando se asocia una respuesta con una clase de estímulos que tienen alguna característica común. Las respuestas que evidencian un comportamiento conceptual son establecidas en el organismo mediante procesos de discriminación y generalización vinculadas con ciertas contingencias de reforzamiento. Bourne (1969), al describir el proceso de adquisición de un concepto, señala que los atributos rele-

vantes de los miembros de la clase que constituirá el concepto, son progresivamente asociados con una determinada respuesta la cual, al ser consistente y reiteradamente reforzada, consolida una conexión entre dicha respuesta y los atributos y señales contenidos en los estímulos. El comportamiento que permite inferir que el concepto ha sido adquirido es, entonces, la emisión de una misma respuesta ante un grupo de objetos o miembros de una determinada clase; es decir, la adquisición y/o utilización de una respuesta común para estímulos no semejantes pero que presentan alguna propiedad que es discriminable de otra (Kendler, T., 1961).

Los defensores del enfoque mediacionista sostienen que una conexión estímulo-respuesta no explica suficientemente el procesos de adquisición de conceptos y llaman la atención hacia procesos internos al organismo que median entre los estímulos y las respuestas. Afirman estos autores que en la explicación del comportamiento conceptual también deben considerarse eventos internos del organismo que pueden explicar la respuesta común emitida ante estímulos discriminatorios distintos; según ellos, existe un factor común que vincula dichos estímulos.

Señalan los mediacionistas que, al establecerse una conexión entre un estímulo y una respuesta observable, se produce anticipadamente una representación de la conducta, la cual provoca una auto estimulación que tiene una función cognitiva no observable (Bourne, 1969). Este mecanismo mediacional es el responsable del comportamiento conceptual que es exhibido ante estímulos variados que no necesariamente contienen rasgos perceptibles comunes. (Kendler, 1964).

Las teorías cognoscitivistas hacen énfasis en la importancia de la información y en los estados internos del organismo. Para Castillo (1983), las características más resaltantes de este enfoque, en lo que se refiere al proceso de adquisición de conceptos, son las siguientes: (a) el elemento principal en la adquisición de conceptos es la información proveniente de los estímulos la cual, mediante ciertas estrategias cognitivas, es procesada y asimilada por el organismo; (b) los conceptos surgen como consecuencia de una interacción dialéctica entre la formación proveniente del ambiente y la almacenada por el sujeto en su estructura cognitiva; como consecuencia de esta interacción surgen nuevas estructuras cognitivas o se alteran y modifican las ya existentes; (c) los conceptos no se adquieren a través del establecimiento de una conexión mecanicista entre estímulos y respuestas; (d) el proceso de aprendizaje de conceptos es explicado en función de las modificaciones que se producen en la estructura cognitiva del sujeto; (e)

aunque establecen la existencia de operaciones cognitivas internas se diferencian de los mediacionistas al sostener que dichas operaciones constituyen procesos activos de procesamiento de información.

Para los teóricos cognoscitivistas, el proceso de adquisición de conceptos se desarrolla en forma que es descrita a continuación. El sujeto, en primer lugar, procede a realizar un análisis discriminatorio de diferentes patrones de estímulos; durante esta etapa el sujeto oye, ve, manipula, discute o piensa acerca de una gran variedad de ejemplos y no ejemplos del concepto, contrastando los ejemplos con los no ejemplos. Luego, formula alguna hipótesis relativa a los elementos comunes que pueden ser abstraídos de los ejemplos. Seguidamente, prueba estas hipótesis en situaciones concretas; es decir, dado un ejemplo del concepto, el sujeto trata de confirmar la presencia efectiva de todos aquellos rasgos comunes que han sido abstraídos; este proceso le permitirá determinar cuáles de esos rasgos comunes son realmente esenciales y en cuya ausencia el objeto dado no constituiría un ejemplo del concepto en consideración; este conjunto de atributos considerados como esenciales sirven de marco categorial general en el cual podrán ser incluidas exitosamente todas las variantes específicas del concepto estudiado.

Una vez que ha sido determinado, este conjunto de atributos esenciales es relacionado con ideas de afianzamiento pertinentes en la estructura cognitiva del sujeto y el concepto nuevo es diferenciado de otros conceptos relacionados y/o aprendidos previamente. Es decir, durante su adquisición, el contenido de un concepto se manifiesta en estrecha conexión con el de otros conceptos de la misma asignatura, ya que muchos de ellos no son posibles en forma aislada, desconectados de otros conceptos; esto confirma la idea de que el estudio de los conceptos de un campo particular del saber debe ser hecho mostrándolos como elementos integrantes de un sistema; es decir, estrechamente interconectados entre sí. Ello es así porque para operar exitosamente con un concepto es necesario incluirlo en un sistema; muchas veces la incapacidad para resolver problemas está asociada con el hecho de que los conceptos que poseen los estudiantes tienen un carácter demasiado individualizado, aislado, y no están incluidos en un sistema (Menchinskaya, 1969).

En la forma más avanzada de formación de conceptos, el proceso descrito anteriormente es completado con la generalización de los atributos de criterio o rasgos comunes esenciales a todos los miembros de la clase que integran el concepto y con la adopción o invención de un símbolo lingüístico representativo del concepto.

Sin embargo, debe decirse que, en el proceso real de formación de los conceptos, no existe una separación perfectamente definida entre las fases mencionadas anteriormente, ellas no necesariamente ocurren en el mismo orden en que han sido expuestas aquí y en una de ellas pueden encontrarse elementos de cualquier otra (Shardakov, 1968). Por otro lado, las diferentes fases a través de las cuales se desarrolla el proceso de adquisición de conceptos pueden coexistir; es decir, es posible que, al mismo tiempo que estén siendo abstraídos, los atributos comunes esenciales son relacionados con ideas de afianzamiento pertinentes.

Para resumir el punto de vista de los cognoscitivistas en cuanto a la adquisición de conceptos, puede afirmarse que su característica esencial es la importancia que asignan al procesamiento de información; para este fin, asumen la existencia, dentro del organismo, de hipotéticos mecanismos de organización a través de los cuales son integradas la información contenida en la estructura cognitiva del sujeto y la proveniente del medio. Tal integración ocasiona modificaciones en la estructura cognitiva que conducen a la formación de conceptos nuevos o a la reformulación de los ya existentes (Castillo, 1983).

Clasificación de los conceptos

El proceso de adquisición de un concepto se fundamenta en la abstracción, a partir del estudio de una serie de instancias específicas, de un conjunto de rasgos o aspectos esenciales compartidos por todos los objetos que son ejemplos del concepto en cuestión. Esos rasgos distintivos presentan cierta variación perceptible en cada instancia y son utilizados como elementos de juicio para decidir si alguna instancia concreta que esté siendo analizada puede ser considerada o no como ejemplo del concepto. Bruner et. al. (1978) llama atributo de criterio a cada uno de esos rasgos distintivos que presentan los objetivos y que son empleados para juzgar su pertenencia o no pertenencia a un concepto determinado. Dichos autores también señalan que suele ocurrir que la cualidad de ejemplo de un concepto que tiene un objeto dado no puede ser decidida a partir de sólo un atributo sino que es necesario considerar conjuntamente varios de ellos. Así, de acuerdo con el modo como sean combinados entre sí los atributos de criterio, Bruner, et. al. (1978) identifican tres tipos de conceptos: conjuntivos, disjuntivos y relacionales.

Conceptos conjuntivos: son aquellos que exigen que todos los atributos de criterio aparezcan en un objeto para poder considerarlo como ejemplo del con-

cepto; un concepto de este tipo requiere la presencia conjunta del valor apropiado de todos los atributos de criterio.

Conceptos disjuntivos: son aquellos en los cuales no todos los atributos de criterio deben, necesariamente, estar presentes en un objeto para que pueda considerársele ejemplo del concepto; en este tipo de concepto es suficiente la manifestación de algún o algunos de los atributos de criterio o de todos en grado variable, en el objeto para que ejemplifique el concepto; así que un ejemplo de un concepto disjuntivo queda determinado por la presencia en algún grado, de al menos uno de dos o más atributos de criterios.

Conceptos relacionales: Son aquellos que quedan definidos cuando se establece alguna relación específica entre sus atributos de criterio.

Tennyson y Boutwell (1974) presentan una clasificación fundamentada no en el modo como se cambian los atributos de criterio sino en la forma como éstos son establecidos. Estos autores denominan *concepto por definición* a aquellos cuyos atributos críticos son dados por definición y *concepto por observación* a aquellos cuyos elementos representativos poseen cualidades físicas observables o medibles. Estas dos categorías corresponden, respectivamente, a los *conceptos definidos* y *conceptos concretos* señalados por Gagné (1979).

Por su parte, Dib (1974) propone una clasificación de los conceptos tomando en cuenta la forma como se presentan los atributos criterios. Este autor clasifica los conceptos en *concepto por observación* y *conceptos operacionales*. Los primeros son clasificados por atributo o combinación de atributos observables. Este tipo de conceptos establece cuándo el nombre de un conjunto de atributos presentes en una situación determinada es dado por una palabra o conjunto de palabras. Los conceptos operacionales son aquellos cuyos atributos son identificados a través de una proposición de tipo «si ... entonces ...». Su característica básica es que los atributos de criterio que los definen se presentan bajo ciertas condiciones, explícitas o implícitas, las cuales forman parte del significado del concepto.

Otro enfoque clasificatorio de los conceptos es el sostenido por Henderson (1970) quien propone clasificar los conceptos tomando en cuenta, por una parte, la existencia o no de los ejemplos de concepto considerado y, por otra, la posibilidad de considerarlos como cualidad atribuible a algún objeto. Este autor dice que un concepto es *denotativo* cuando existe al menos un objeto que posee los atributos de criterio en el grado establecido en la definición; en el caso contrario, si no existe objeto alguno con tales atributos el concepto es *no denotativo*. Los conceptos denotativos se clasifican, a su vez, en concretos y abstractos. Un con-

cepto concreto es un concepto denotativo cuyo conjunto de referencia, i.e. el conjunto de elementos a los cuales es aplicado el concepto, está integrado por objetos materiales; esto es, objetos que tienen valor de propiedades observables tales como la localización en el espacio y en el tiempo, peso, volumen, color, etc.; en cambio, un concepto abstracto es un concepto denotativo que no es concreto, es decir un concepto que denota a un conjunto cuyos elementos no tienen propiedades observables sino que son entidades inferidas o constructos teóricos; por ejemplo, 2, número real, línea, puntos, círculo, son conceptos abstractos.

Otra clase de concepto concebida por Henderson (1970) es la de *conceptos atributivos*, él denomina así a aquellos conceptos que designan cualidades que pueden ser atribuidas a diferentes objetos. Tanto los conceptos denotativos como los atributivos pueden ser, a su vez, singulares o generales.

Para ubicar un concepto denotativo en alguno de estos dos grupos debe tomarse en cuenta la cardinalidad del concepto de referencia correspondiente; en el caso de los conceptos atributivos hay que considerar la cantidad de objetos a los cuales es aplicable la expresión usada para designar el concepto.

Un concepto es singular si y sólo si su conjunto de referencia posee un único elemento y es general si y sólo si, por el contrario, el conjunto de referencia posee más de un elemento; por otro lado un concepto atributivo es singular si el término que lo designa puede ser aplicado sólo a un objeto; en caso contrario se considera general. Un criterio para determinar si un concepto atributivo es singular o general es el siguiente: un concepto atributivo es general si y sólo si el plural del nombre del concepto tiene sentido, en caso contrario es singular.

Entre los conceptos singulares están incluidos los nombres propios y las expresiones denotativas únicas mientras que los nombres comunes y las expresiones denotativas que no tienen un referente único son conceptos generales.

Las categorías propuestas por Henderson no son disjuntas, existen conceptos que pueden ser considerados como denotativos o como atributivos; esta posibilidad de ubicar a un mismo concepto en dos categorías diferentes evidencia que el carácter denotativo o atributivo de un concepto no es una propiedad inherente al concepto mismo sino que es el resultado de la forma como sea usado.

Shardakov (1968) clasifica los conceptos tomando en cuenta la naturaleza de los objetos a los que se refieren; este autor los clasifica en conceptos de cosas, conceptos de relaciones y conceptos morales. Los primeros reflejan los conocimientos de los rasgos o propiedades generales y esenciales de diferentes objetos y cosas de la naturaleza orgánica e inorgánica. Los conceptos científicos son una clase especial de esta clase de conceptos. Los conceptos de relación son

aquellos que reflejan relaciones comparativas entre los objetos. Por último, los conceptos morales son los que determinan el comportamiento y la actitud de los sujetos respecto al medio que los rodea.

Finalmente, Dienes (1970) define las siguientes clases de conceptos: matemáticos puros (aquellos que tratan con clasificaciones de números y relaciones entre números y son independientes de la manera en la cual sean representados los números), notacionales (aquellas propiedades de los números que son consecuencia directa de la manera en la cual los números son representados) y aplicados (que son aplicaciones de los conceptos matemáticos puros y notacionales a la resolución de problemas matemáticos y de otros campos relacionados).

Factores que afectan el proceso de adquisición de conceptos

La adquisición de conceptos es afectada por un conjunto de factores que deben tomarse en cuenta al diseñar ambientes instruccionales para propiciar el aprendizaje de conceptos. Entre tales factores están: (a) experiencias y conocimientos previos; (b) heterogeneidad de conceptos en los cuales son presentados los ejemplos del concepto; (c) los ejemplos y no ejemplos que se empleen para la identificación de los atributos definitorios del concepto; (d) la información pertinente y la información no pertinente incluidas en las instancias especificadas que se usan para ejemplificar el concepto; (e) la forma como se organizan los ejemplos y los no ejemplos; (f) la cantidad de ejemplos empleados; y (g) la utilización práctica del concepto y el reforzamiento de las respuestas correctas.

Experiencias y conocimientos previos. La adquisición de conceptos específicos requiere una amplia experiencia antecedente que, integrada a la estructura cognoscitiva del aprendiz proporcione ideas de afianzamiento pertinentes; en efecto, el aprendizaje de un determinado concepto está en dependencia con la experiencia previa del sujeto, es decir, con el conjunto de datos sensoriales que posea y que pueda recordar cuando reciba los estímulos apropiados (Van Engen, 1953). Esto significa que, sin una experiencia relacionada con el fenómeno que se debe conceptualizar, no podrán ser formados los conceptos correspondiente (McDonald, 1959). La experiencia previa proporciona un concepto en el cual son interpretados los atributos del fenómeno que está siendo conceptualizado; por ello, se debe procurar que sea lo suficientemente amplia e incluya desde experiencias directas e indirectas hasta aquellas que son más o menos distantes de la expe-

riencia sensorial directa del fenómeno. Por otro lado, si bien es cierto que la clase de conceptos que un sujeto puede adquirir está limitada por el tipo de experiencia que posee, no menos cierto es que, existen algunos tipos de experiencia que no pueden proporcionársele debido a que no han alcanzado la etapa de desarrollo necesario para asimilarlos (McDonald, 1959); un ejemplo de experiencia que no es adecuada se presenta cuando, a nivel de séptimo año de educación básica, se hacen demostraciones rigurosamente formales de algunos resultados matemáticos.

Los conocimientos que un sujeto ha aprendido antes de la adquisición de un nuevo concepto, tiene gran influencia en el proceso. McDonald (1959) sostiene que aunque un grupo sea estimulado por la misma experiencia sensorial, cada uno de ellos la interpretará y analizará en función de su individual sistema de conocimiento y de actitudes previamente adquiridos.

Heterogeneidad de contextos. Los atributos de criterio que constituyen la definición de un concepto son aprendidos más rápidamente cuando mayor es el número de contextos diferentes en los que se encuentran dichos atributos. El aprendizaje en varios contextos facilita la abstracción de los rasgos comunes esenciales e incrementa la generalidad y transferibilidad del concepto estudiado. Por el contrario tanto la adquisición de un concepto como la posibilidad de generalizarlo y transferirlo a otras situaciones se dificulta si la diferencia entre los contextos en los que son mostrados los ejemplos del concepto son pequeñas y poco discriminables (Ausubel, 1980). Cuando no se varían los contextos en los que aparece el concepto, el sujeto puede incluir como atributo definitorio un rasgo ocasional y secundario, no esencial; para evitar este tipo de error, los nuevos conceptos a ser aprendidos deben ser mostrados en diferentes contextos. Al observar repetidas veces y en diferentes variante los rasgos no esenciales, el aprendiz puede darse cuenta que no son permanentes y su ausencia no afecta el contenido del concepto que se está estudiando (Shardakov, 1968).

Ejemplos y no ejemplos. El aprendizaje de un concepto requiere la abstracción de los atributos de criterios que lo definen, esto significa que el aprendiz debe ser enfrentado con una serie de objetos similares en uno o más aspectos: los grupos de aspectos compartidos por los estímulos constituyen la propiedad intensiva o definitoria del concepto y los objetos que lo posean son llamados ejemplos o instancias positivas del concepto en cuestión; por el contrario, si un objeto no presenta o sólo presenta parte de dicho aspecto es denominado no

ejemplo o instancia negativa. Para la adquisición de conceptos deben organizarse experiencias que involucren el uso de ambos tipos de instancias ya que la confrontación de los ejemplos con los no ejemplos permiten identificar los rasgos que son esenciales y descartar aquellos que no son imprescindibles.

Mediante el empleo de ejemplos, el aprendiz discrimina los aspectos que caracterizan al concepto; los no ejemplos, por su parte, lo enfrentan a fenómenos u objetos que, al no tener ninguna o sólo alguna de las características del concepto, le permiten verificar en qué medida ha llegado a dominar las dimensiones básicas del concepto. La introducción de instancias negativas tiende a incrementar la precisión en la identificación de los atributos críticos definitorios del concepto. Según lo anterior, parece ser entonces que la actividad instruccional destinada al aprendizaje de conceptos deben comenzar con una adecuada cantidad de ejemplos y luego, a medida que el proceso se desarrolla, incluir los ejemplos que permitan verificar si los atributos definitorios que han sido identificados son correctos o no (McDonald, 1959). Cuando se incrementa la complejidad del concepto, es decir, cuando se eleva el número de interrelaciones o rasgos que deben compartir los objetos para que puedan constituir una instancia positiva, es mayor la necesidad de presentar una secuencia adecuada de ejemplos y no ejemplos con el fin de asegurar el aprendizaje del concepto (Carroll, 1964).

Las funciones que cumplen los ejemplos y los no ejemplos en el proceso de adquisición de conceptos son distintas pero complementarias. Los ejemplos sirven para mostrar los atributos relevantes del concepto y cuales de sus valores son críticos; por su parte, los no ejemplos permiten al estudiante fijar su atención en los atributos críticos cuando le es presentado un conjunto apareado de ejemplos y no ejemplos. Los atributos críticos se hacen más evidentes cuando el ejemplo y el no ejemplo son altamente similares en cuanto a los atributos variables del concepto.

Los no ejemplos son imprescindibles ya que sin ellos los estudiantes podrían percibir un atributo variable como un atributo crítico. Sin embargo, para que resulten efectivos los no ejemplos deben satisfacer ciertas condiciones. Ellos facilitan el aprendizaje sólo cuando son apareados con ejemplos que tengan atributos variables similares. Además los estudiantes no asimilan completamente un concepto cuando sólo le son mostrados ejemplos que no son apareados con no ejemplos aun cuando los ejemplos sean divergentes y estén secuenciados desde fáciles hasta difíciles.

Por la función específica que cumplen dentro del proceso se puede afirmar que los ejemplos mejoran el aprendizaje de generalización mientras que los no ejemplos mejoran el aprendizaje de discriminación.

Información pertinente e información no pertinente. El hecho básico en el aprendizaje de conceptos es la identificación de sus atributos relevantes o dimensiones críticas; por ello, la enseñanza de un concepto debe ser organizada de tal modo que los atributos esenciales de éste sean más destacados que sus atributos secundarios y no esenciales. Las experiencias para el aprendizaje de conceptos deben incluir, inicialmente, situaciones que concentren la atención del aprendiz en los atributos relevantes y los ejemplos y no ejemplos que se utilicen deben contener el menor número posible de atributos irrelevantes (Dib, 1974).

La tarea de identificar los atributos de criterio definitorios de un concepto se dificulta cuando aumenta la cantidad de información no pertinente e irrelevante incluida en las instancias empleadas para ejemplificarlo. Carroll (1964) sostiene que el logro de un concepto se dificulta cuando, por un lado, aumentan el número de atributos irrelevantes y la escala de valores de estos atributos y, por otro, disminuye la importancia de los atributos. Para este autor, cuando es incrementada la carga de información que el aprendiz debe manejar para identificar los atributos críticos pertinentes, se hace más difícil la adquisición del concepto. Por su parte, Dib (1974) opina que cuanto mayor sea el número de atributos irrelevantes más difícil será la tarea de identificar los atributos relevantes, en consecuencia, mayor será la dificultad para lograr el concepto. McDonald (1959) sostiene que la adquisición de conceptos se facilita si, durante la fase inicial del proceso, se utilizan ejemplos claros y sencillos, y que las situaciones más complicadas se deben introducir una vez que las características definitorias del concepto han sido comprendidas adecuadamente.

Organización y secuenciación de instancias. La presentación adecuada de ejemplos y los no ejemplos es uno de los factores críticos en el aprendizaje de conceptos. Tennyson y Park (1980) afirman que la adquisición de conceptos es significativamente facilitada cuando las instancias son dispuestas siguiendo ciertas pautas de organización. Afirman estos autores que la efectividad de los ejemplos y los no ejemplos es incrementada cuando, en lugar de ser mostrados sucesivamente, i.e. primero los ejemplos y después los no ejemplos, son reunidos en un conjunto en el cual los ejemplos difieren ampliamente entre sí en atributos

variables y los no ejemplos difieren de los ejemplos en una cantidad mínima de atributos críticos.

Los procesos de discriminación y generalización implicados en la adquisición de conceptos también pueden ser favorecidos si se combinan adecuadamente los ejemplos y los no ejemplos. Para Tennyson y Boutwell (1974) la generalización es promovida cuando se utilizan ejemplos cuyos atributos irrelevantes son diferentes y la discriminación se facilita cuando los no ejemplos presentan atributos irrelevantes similares a los que poseen los ejemplos presentados. Estos autores sostienen que la efectividad mayor de los ejemplos y no ejemplos se logra cuando dichas instancias son apareadas, esto se logra al presentar ejemplos y no ejemplos con atributos irrelevantes similares y cuya única diferencia son los atributos críticos.

Tennyson y Park (1980) aportan evidencia empírica que confirma que, si los atributos críticos permanecen constantes de una instancia a otra, el aprendizaje efectivo ocurre cuando todos los atributos variables cambian; por otro lado, si quienes cambian de una instancia a otra son los atributos críticos, el aprendizaje ocurre cuando los atributos variables permanecen constantes.

Otro factor relacionado con el efecto que, sobre el aprendizaje de conceptos, tienen las instancias positivas y las negativas es el orden en que ellas son presentadas. Tennyson y Park (1980) opinan que el orden de presentación de los ejemplos debe decidirse en función de los niveles de dificultad relativa que poseen y de su divergencia en cuanto a los atributos no críticos; esta divergencia es establecida al considerar la similitud o no similitud, en cuanto a atributos no esenciales, presentada por las instancias; así, dos ejemplos son convergentes cuando muestran atributos irrelevantes similares y son divergentes cuando presentan atributos irrelevantes distintos. La evidencia empírica aportada por Tennyson y Park (1980) muestra que la mayor efectividad en el aprendizaje de conceptos se logra cuando se utilizan instancias que van desde fáciles hasta difíciles, incluyen ejemplos divergentes y aparean ejemplos y no ejemplos. Además, agregan los citados autores, cuando sólo son usadas instancias difíciles se incrementa la posibilidad de cometer errores de sobregeneralización (identificar como ejemplos instancias que no son ejemplos); por otro lado, cuando se usan sólo instancias fáciles, así sean divergentes y apareados, se cometen más errores de subgeneralización (identificar como no ejemplos instancias que sí son ejemplos).

En resumen, puede afirmarse que para incrementar el efecto facilitador de las instancias en el aprendizaje de conceptos se debe: a) usar una combinación

apropiada de ejemplos de variada dificultad; b) emplear ejemplos divergentes; y c) aparear los ejemplos con los no ejemplos de función de la similitud de sus atributos variables.

Cantidad de ejemplos. El número de ejemplos necesarios para lograr un concepto depende de variables tales como nivel de abstracción del concepto, número de atributos variables y críticos, características de aprendizaje del sujeto e información disponible por éste en su estructura cognitiva (Tennyson y Park, 1980). El nivel de abstracción puede ser decidido de acuerdo con el grado de perceptibilidad del concepto; así, los conceptos más abstractos tienen ejemplos y atributos poco perceptibles; por tanto, son necesarios más ejemplos para aprender conceptos abstractos que para aprender conceptos concretos, no porque los primeros tengan, necesariamente, más atributos sino porque, al tener rasgos y atributos poco perceptibles, los conceptos abstractos son más difíciles de aprender.

Práctica y reforzamiento. McDonald (1959) informa que los conceptos son aprendidos más fácilmente cuando se los usa en aprendizaje de nuevos contenidos y que el reforzamiento frecuente es un importante factor en el aprendizaje de conceptos.

Estrategias para la enseñanza de conceptos

Las estrategias para enseñar conceptos pueden ser agrupadas en tres grandes clases: deductivas, inductivas y mixtas. Las primeras se caracterizan porque, a partir de una descripción o definición del concepto, exigen al aprendiz que identifique ejemplos; las segundas, siguen una trayectoria opuesta; a partir de instancias específicas se llega a la expresión conceptual abstracta; las mixtas son una combinación de las dos anteriores.

Criterios para determinar si un concepto ha sido adquirido

La prueba pública que más frecuentemente se acepta como evidencia de que se ha adquirido determinado concepto es cierto tipo de conducta clasificatoria que es ejecutada por el aprendiz cuando, al ser enfrentado con diversas instancias del concepto no empleadas durante el proceso instruccional, las identifica correctamente como ejemplos o no ejemplos del concepto (Carroll, 1964; McDonald, 1959).

Osborne y Gilbert (1979) afirman que la manera más eficaz de explorar el dominio de un concepto por parte de un estudiante es proponerle un conjunto de instancias, positivas y negativas, para que las categorice en ejemplos o no ejemplos del concepto y pedirle que dé las razones que justifican cada categorización. Agregan dichos autores que las instancias presentadas con fines evaluativos deben ser, de algún modo, diferentes de aquellas utilizadas en la instrucción. Además, los ejemplos y los no ejemplos deben mostrar marcadas semejanzas en cuanto a sus atributos no críticos.

Clark (1971) también comparte el criterio de la habilidad clasificatoria como evidencia de dominio de un concepto. En efecto, este autor sostiene que el logro de un concepto habilita para clasificar, como ejemplos o no ejemplos del concepto, un cúmulo de instancias que han sido dadas. No obstante, asegura el autor, en esta tarea clasificatoria pueden identificarse varios niveles, correspondiendo éstos a las categorías taxonómicas señaladas por Bloom y colaboradores (1971). Aplicando la taxonomía propuesta por estos autores al aprendizaje de conceptos, Clark (1971) señala que los conceptos pueden ser conocidos, comprendidos y aplicados. A cada nivel taxonómico corresponde una conducta pública que evidencia su logro; así, un sujeto demuestra que conoce un concepto cuando es capaz de recordar verbalmente las propiedades críticas del concepto en sus relaciones apropiadas. La comprensión es demostrada cuando son clasificadas correctamente varias instancias positivas y negativas semejantes a las empleadas durante la instrucción. Para demostrar capacidad para aplicar un concepto es imprescindible identificar verbalmente las propiedades críticas y las no críticas y sus relaciones apropiadas en instancias positivas y negativas nuevas y no familiares.

Otros autores, como Menchinskaya (1969) y Shardakov (1968), sostienen que la respuesta clasificatoria, aludida anteriormente, no es evidencia suficiente del dominio de un concepto. El logro de un concepto debe ser demostrado mediante su empleo en la explicación, investigación o resolución de situaciones distintas e independientes de aquellas que condujeron a su formación.

Menchinskaya (1969) sostiene que el proceso de adquisición de un concepto y el uso de éste como evidencia de que ha sido logrado, están inseparablemente unidos. Para este autor, cuando un alumno domina un concepto debe ser capaz de aplicarlo; recíprocamente, si un estudiante es incapaz de emplear un determinado concepto es porque no lo ha dominado cabalmente o porque en su definición ha incluido atributos no críticos como si fueran esenciales. Agrega Menchinskaya que el uso de conceptos, en condiciones no similares a aquellas en que fue aprendido, permite comprenderlo y dominarlo más amplia y correctamente.

Shardakov (1968) también considera que la evidencia de que un concepto ha sido asimilado es su aplicación adecuada en casos prácticos en los cuales sea pertinente el uso del concepto en cuestión.

De lo anterior se deduce que el uso de los conceptos cumple dos finalidades. Por un lado, sirve para juzgar si el estudiante lo ha dominado realmente y por otro propicia una mayor comprensión del concepto.

Cuando el uso del concepto se emplea como criterio de dominio deben tenerse en cuenta las implicaciones instruccionales que ello conlleva. Con frecuencia se consiguen estudiantes que son capaces de resolver sólo el mismo tipo de problemas que han sido resueltos en clase con la ayuda del profesor pero, al hacer cualquier modificación al problema, quedan inhabilitados para resolverlo. Esta situación hace imprescindible la determinación de las condiciones y formas bajo las cuales debe ser dominado un concepto a fin de poder garantizar que pueda ser usado de modo efectivo en futuras situaciones.

En relación a las condiciones de dominio de un concepto, Menchinskaya (1969) aporta evidencias que demuestran que, para poder usar los conceptos correctamente, el sujeto debe estar enterado de las propiedades esenciales del concepto así como también de todas las posibles variaciones de los rasgos no esenciales y cuáles varían de un objeto a otro. Un individuo que desea usar apropiadamente un concepto, debe estar en capacidad de separar lo esencial de lo no esencial y contrastar lo uno con lo otro.

Errores que cometen los alumnos cuando adquieren un concepto defectuosamente

Establecer, como criterio de dominio, el uso que se haga del concepto en situaciones pertinentes, tiene importantes implicaciones para la organización de experiencias de enseñanza aprendizaje cuyo propósito sea la adquisición de un concepto dado. Si se desea que un aprendiz sea capaz de utilizar adecuadamente un determinado concepto en una situación problemática dada que así lo exija, debe ponerse especial cuidado en las actividades de aprendizaje a las que será sometido dicho aprendiz durante el proceso de adquisición del concepto.

Con el fin de lograr un adecuado uso del concepto el docente, durante el proceso de adquisición de dicho concepto por parte de los aprendices, debe crear condiciones que eviten los errores que frecuentemente cometen los alumnos cuando aprenden conceptos.

Uno de esos errores es la sobrestimación de rasgos no esenciales; en efecto, aunque el docente se preocupe por encaminar a sus discípulos a que comprendan tanto los rasgos y propiedades esenciales y sus relaciones apropiadas como el contenido de los correspondientes conceptos, con frecuencia sucede que los alumnos incluyen como fundamentales rasgos que son ocasionales y no esenciales. Esta tendencia a incluir en el contenido de los conceptos rasgos o relaciones accidentales debe ser evitada; uno de los procedimientos para lograrlo es presentar bajo diferentes aspectos los conceptos nuevos que deben ser aprendidos (Shardakov, 1968).

Un procedimiento que contribuye a incrementar la habilidad de los alumnos para operar con los conceptos y aplicarlos a situaciones nuevas, es la realización de ejercicios que exijan el empleo de los conocimientos conceptuales adquiridos y la resolución de problemas novedosos sobre el mismo tema.

Otro de los errores, frecuentemente cometidos por los alumnos, es la excesiva generalización, i.e. categorizar como ejemplos del concepto instancias que no lo son; para evitar este error es imprescindible llevar a cabo una labor de diferenciación; esto significa que, durante la formación del concepto, se deben colocar ejemplos, problemas o ejercicios diversos y, además, se debe recurrir a las comparaciones. Osborne y Gilbert (1979) plantean la necesidad de incluir en las situaciones instruccionales relativas a la enseñanza de conceptos, abundantes ejemplos y no ejemplos con el fin de mostrar a los aprendices las dimensiones y fronteras de la extensión del concepto; es decir, darles a conocer a cuáles objetos puede aplicarse el concepto y a cuáles no. La cantidad y naturaleza de los ejemplos que sean analizados contribuyen a evitar errores de sobregeneralización. Una apropiada combinación de ambos, reduce la posibilidad de que surjan confusiones.

La «concreción falaz» es otra dificultad que se presenta durante el proceso de formación de conceptos. Shardakov (1968) señala que el surgimiento de este fenómeno está asociado con el uso excesivo de representaciones visuales conjuntamente con una dificultad, por parte de los aprendices, para hacer abstracciones. Los alumnos que presentan el «síndrome de concreción falaz» tienden a incluir las representaciones visuales y las propiedades no esenciales como parte de la estructura mental que conforma el concepto; es decir, incluyen propiedades accidentales, no esenciales, tomadas directamente de la experiencia visual, en el contenido del concepto; generalizan, como si fueran rasgos esenciales del concepto, rasgos accidentales y no esenciales representados en algún diagrama. Este fenómeno hace que el concepto pierda generalidades y se presente, con

frecuencia, en aquellos casos en los que se enseña una disciplina haciendo demasiado uso de una sola representación visual de cada concepto.

El fenómeno de la «concreción falaz» puede ser evitado o prevenido enseñando el concepto tomando en cuenta la experiencia visual de los alumnos y adaptando esa experiencia con el fin de lograr un máximo de efectividad en la enseñanza; por ejemplo, en lugar de un solo diagrama, el docente debe usar diferentes diagramas con el fin de clarificar la generalidad del concepto; de igual manera, para evitar que, en la representación mental del concepto los estudiantes incluyan propiedades accidentales, se deben emplear apropiadas variaciones de los diagramas en los cuales se muestren visualmente a los estudiantes, los rasgos que son realmente esenciales, se haga ver cómo un concepto se sobrepone a otro y cómo dos o más conceptos pueden ser relacionados (Menchinskaya, 1969).

LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS

Fines de la enseñanza de la Matemática

La enseñanza de la Matemática podría conducir al logro de los fines siguientes: formativo, considerando la Matemática como una ciencia disciplinadora de la inteligencia; instrumental, como medio indispensable para el estudio de otras disciplinas; y práctico, como disciplina útil en la resolución de variados y numerosos problemas que, a diario, tiene que enfrentar el hombre moderno (Toranzos, 1965). Este autor sostiene que los fines instrumental y práctico son ampliamente reconocidos y que, de hecho, en muchos casos, durante la enseñanza se hace énfasis en ellos. Sin embargo, al aspecto formativo no le es prestada la atención que merece. Afirma, además, que el logro del fin formativo está decisivamente condicionado por la manera como se lleva a cabo la enseñanza y que el poco resultado que, en ese sentido, se logra se debe a la escasa atención que los docentes prestan a los valores formativos que posee la Matemática.

El valor formativo del estudio de la Matemática, según el citado autor, proviene en gran medida de las características estructurales. En efecto, la Matemática exhibe ciertos caracteres que le son propios y la configuran como una excelente disciplina formativa. Las características a las cuales alude Toranzos son: (1) el tipo de razonamiento que se emplea en Matemática; (2) la simplicidad de su estructura, precisión de sus razonamientos y exactitud de sus resultados; (3) las amplias aplicaciones de la Matemática; (4) la naturaleza de la Matemática permite desarrollar la imaginación, ejercitar el poder de abstracción y de generaliza-

ción, crear el hábito de ser preciso en el uso del lenguaje y razonar con claridad y exactitud; (5) la estructura de la Matemática contribuye a la formación de sólidos valores estáticos y morales.

Al analizar el valor del razonamiento matemático, Toranzos encuentra que es valioso como razonamiento cuantitativo y como razonamiento cualitativo. En efecto, en el establecimiento de relaciones de tipo cuantitativo, se usa como modelo el carácter deductivo del razonamiento matemático; tanto así que «el lenguaje y los métodos de razonamiento de la técnica moderna son los de la Matemática» (Toranzos, 1959, p. 56). En consecuencia, al dominar los métodos de razonamiento de la Matemática se posee una poderosa herramienta para el estudio de las disciplinas físico-naturales y de la técnica ya que «no se concibe aspecto alguno de la técnica moderna que no emplee cálculos y deducciones matemáticas» (Ibíd.)

El razonamiento matemático también tiene valor como razonamiento cualitativo; efectivamente, el esquema lógico del razonamiento matemático, Hipótesis \implies Tesis, según el cual a partir de ciertas hipótesis se pasa, por vía deductiva, a la tesis, es análogo al que se plantea cuando, por camino deductivo, se desea obtener conclusiones a partir de ciertos hechos conocidos. Por tanto, el estudio de la Matemática incrementa la capacidad analítica y deductiva de quienes la estudian; del mismo modo, ayuda a establecer hipótesis (o hechos conocidos) y tesis (conclusiones) pasando de una a otra mediante las reglas de la lógica. Además, el estudio de la Matemática incrementa la capacidad para establecer nexos entre las cosas y hechos de la vida real.

La simplicidad, claridad y precisión de sus conceptos y la objetividad y seguridad de sus resultados son otras características de la Matemática que, según Toranzos, le dan valor formativo. En efecto, como los conceptos matemáticos pueden ser caracterizados mediante un número relativamente pequeño de atributos críticos y, del mismo modo, las hipótesis, tesis y razonamientos pueden ser considerados en forma absolutamente clara y precisa, el estudio de la Matemática puede hacer que los alumnos se habitúen a ser precisos en el uso de los conceptos, en el lenguaje y en el raciocinio.

La actividad creativa de los alumnos también puede ser estimulada a través del estudio de la Matemática. Mediante la analogía, la generalización, la combinación de procedimientos simples, el alumno puede ejercitar su actividad creadora abordando una misma cuestión matemática de muy variadas maneras. Pero, para poder activar el potencial creador del alumno, mediante el estudio de la Matemática, se debe tener como objetivo no «llenar de teorías la cabeza del

alumno» sino, «incrementar su capacidad para plantear y resolver problemas mediante el razonamiento» (Toranzos, 1959: p. 61).

Por otro lado, agrega dicho autor, el planteamiento y la resolución de problemas que obligan a pasar de lo abstracto de las fórmulas, teoremas y principios a lo concreto de las condiciones de un problema específico, estimula el desarrollo de la imaginación y de la intuición de los estudiantes.

Del mismo modo, el carácter general y abstracto de los conceptos y teoremas matemáticos exigen, para su establecimiento, un gran esfuerzo generalizador y abstractivo por parte del alumno. Además, la claridad y precisión de los conceptos y razonamientos matemáticos, hacen que su enseñanza contribuya altamente a formar el hábito de usar las palabras en forma clara y apropiada.

También en el ámbito de lo estético, dice Toranzos, la Matemática contribuye a formar la personalidad del alumno, ya que éste se encuentra frente a «una disciplina que es expresión acabada de perfección, por el encadenamiento y armonía de sus distintas partes, la riqueza inagotable de las relaciones entre sus elementos, el rigor de sus razonamientos y la sobriedad de su lenguaje» (Toranzos, 1959: p. 63).

El logro efectivo de los fines que le han sido atribuidos a la Matemática está en función de la forma como sean organizadas la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina. De acuerdo con Dutton (1969), para que puedan ser alcanzados los fines señalados, se debe desarrollar un proceso que haga énfasis en el aprendizaje con comprensión de los hechos, procesos y conceptos matemáticos, oponiéndolos, como alternativa, a una enseñanza por ejercitación repetitiva o por ejemplos sin comprensión. Considerándola como un sistema de ideas, principios y procesos comprensibles, este autor sostiene que la Matemática debe ser enseñada teniendo en cuenta su estructura lógica y la naturaleza de sus métodos de demostración y no en forma memorística ni administrando ejercitación mecánica. Se debe procurar que el alumno emplee los conceptos y procesos matemáticos para descubrir nuevas generalizaciones y aplicaciones, reconozca y aprecie el papel de la Matemática en la sociedad. Por otro lado, la enseñanza debe organizarse de modo tal que cree, en el aprendiz, hábitos de estudio y le proporcione un vocabulario suficiente para progresar en el estudio independiente de la Matemática (Dotton, 1969).

Estructura de la Matemática

Durante la enseñanza de la Matemática es necesario prestar atención a su estructura, ello puede convertir el estudio de esta disciplina en una actividad realizable con agrado. Efectivamente, si el estudio de la Matemática se redujera a

una manipulación rutinaria de símbolos, con poca o ninguna significación y según reglas memorizadas mecánicamente, se convertiría en un quehacer tedioso y arduo ya que, según Skemp (1980), cuando las cosas son estudiadas inconexamente, son más difíciles de recordar que cuando son insertadas en el marco de una estructura conceptual integradora.

Al ocuparse de los métodos que utiliza el matemático para estructurar y exponer su disciplina, Toranzos (1959) señala que los elementos que constituyen la estructura de la Matemática son de dos tipos: conceptos y proposiciones que se refieren a esos conceptos. La manipulación de estos elementos se realiza a través de dos procesos que constituyen lo esencial de la metodología matemática; uno de dichos procesos es llamado conceptualización y consiste en enlazar lógicamente los conceptos matemáticos; el otro proceso denominado demostración, se refiere al encadenamiento o reducción lógica entre proposiciones lo cual permite pasar de unas a otras.

Núñez (1973) al caracterizar la estructura de la Matemática, señala que ésta constituye un sistema deductivo cuyos elementos son: conceptos, axiomas, leyes de operación y teoremas. Para este autor, la estructura teórica de la Matemática está integrada por cuatro tipos de elementos. En primer lugar están los axiomas, los cuales postulan relaciones entre conceptos no definidos; luego están los conceptos o definiciones, que no se refieren a aquellos que están implícitos en los axiomas sino que introducen nuevos conceptos formulados con base en los conceptos no definidos que han sido supuestos en los axiomas; el siguiente elemento lo constituyen las reglas de deducción u operación, las cuales no son más que los principios de la lógica formal y las demás reglas de inferencia lógica con las que se construyen nuevas proposiciones a partir de los conceptos y axiomas previamente establecidos; finalmente, dice Núñez, están los teoremas que son proposiciones derivadas directamente de los conceptos y axiomas o, indirectamente de otros teoremas previamente derivados, aplicando las reglas de deducción u operación.

La enseñanza de la Matemática debe organizarse de modo que atienda a la estructura anteriormente descrita. Bruner (1976) sostiene que la estructura fundamental de la materia que se estudia se debe enseñar porque: (1) si se entiende sus fundamentos, la asignatura se hace comprensible y, al tener claridad acerca de los principios, es posible la comprensión de casos especiales ya que estos son ubicados en un contexto que los hace más significativos; (2) si se posee un patrón estructurado en el cual se puedan colocar los hechos específicos, éstos serán recordados durante un lapso de tiempo mayor que si los mismos hechos

son considerados aisladamente; en efecto, los hechos específicos se conservan en la memoria mediante el uso de una representación simplificada de ellos; en Matemática estos modos simplificados de representación están constituidos por las diferentes formulas que se emplean en esta disciplina; (3) si se comprenden los principios e ideas fundamentales se está en mejores condiciones de transferir lo aprendido porque al percibir algo como un ejemplo específico de un caso más general, se ha aprendido no sólo la cosa específica sino también un modelo para la comprensión de todas aquellas otras cosas semejantes que puedan ser encontradas dentro de la Matemática misma o en otras disciplinas relacionadas.

El mismo Bruner señala los riesgos que se corren cuando se enseña una disciplina haciendo caso omiso de la misma. Para este autor, si se enseñan aspectos o habilidades específicas sin clasificar su ubicación en el contexto de la estructura fundamental de la disciplina que se está siendo enseñada, entonces: (1) se dificulta la generalización de lo aprendido, imposibilitando así su aplicación en otros contextos; (2) se desestimula al alumno, ya que éste muestra interés por algún asunto sólo cuando lo encuentra valioso y esto se logra cuando está convencido de que el conocimiento que adquiere lo podrá emplear en situaciones diferentes a aquellas en las cuales ocurrió el aprendizaje; (3) se produce pronto olvido, en efecto, cuando un conocimiento no está fuertemente ligado a una estructura, es rápidamente olvidado, en cambio, si se organizan los hechos en términos de principios e ideas a partir de las cuales puedan ser inferidos, se posibilita su recuerdo a largo plazo. Estos factores negativos que surgen cuando no se atiende a la estructura de la disciplina enseñada, pueden ser eliminados si, en la enseñanza de la Matemática, se hace énfasis en la comprensión de los conceptos y no en la ejercitación mecánica y repetitiva de procedimientos de cálculos.

Si al enseñar Matemática se presta atención a su estructura es posible: asegurar que los alumnos retengan, durante mayor tiempo los contenidos enseñados; incrementar la posibilidad de que usen en otros contextos, las ideas y destrezas matemáticas adquiridas; proporcionarles medios para el reconocimiento de respuestas o resultados matemáticamente absurdos; aportarles medios diversos para afrontar y resolver problemas (Dutton, 1969).

A pesar de las ventajas señaladas arriba, sucede que una mayoría importante de los estudiantes de Matemática a nivel medio no llega a comprender la significación real de los conceptos matemáticos, aunque, en casos excepcionales, llegan a ser habilidosos manipuladores de complicados conjuntos de símbolos. Según Dienes (1970), esto ocurre porque el trabajo que se encarga a los alumnos, en su mayor parte, sólo se propone incrementar su habilidad para aplicar técnicas de cálculo, a través de una práctica memorística, repetitiva y sin fundamento, sin pro-

curar hacerles entender cómo opera cada técnica ni cuál es la esencia de la materia que subyace en ella. Lovell (1969), afirma que en ese enfoque de la enseñanza de la Matemática no se toma en cuenta que el desarrollo de la capacidad matemática exige, además de la comprensión de los conceptos y del conocimiento del lenguaje y los símbolos de la Matemática, el dominio de los métodos y procedimientos de demostración que se emplea en esta ciencia. Para este autor, la posibilidad de tener éxito en Matemática requiere el manejo global de todos sus elementos estructurales, y si un alumno no es capaz de operar conjuntamente con todos ellos, no podrá avanzar mucho en sus razonamientos matemáticos.

Carácter de los conceptos matemáticos

El dominio de los conceptos matemáticos es una parte esencial de la capacitación matemática de un sujeto. Tales conceptos constituyen una clase especial y como tales deben ser tratados. Efectivamente, un concepto matemático establece un tipo de generalización efectuada a partir de ciertas clases de datos y, si el estudiante no llega a dominarlo plenamente, esto es, si no llega a consolidarlo en su mente, independientemente de los hechos, objetos o circunstancias que han contribuido a su formación, serán muy limitados los cálculos y operaciones mentales que puedan realizar con los objetos matemáticos referidos por el concepto.

Los conceptos matemáticos son abstractos, por tanto, sólo tienen existencia en la mente humana; se forman a partir de objetos o grupos de objetos, reales o pensados, a los cuales se considera desprovistos de contenidos; son siempre genéricos porque se refieren a grupos de objetos que tienen características comunes (Toranzos, 1959). Este autor distingue, en todo concepto matemático, los dos aspectos siguientes: extensión, la cual establece la colección de objetos a los cuales es aplicable y comprensión que está formada por la colección de propiedades que lo determinan. Al profundizar en este segundo aspecto, Toranzos sostiene que un grupo determinado de propiedades dadas constituye la comprensión de un concepto matemático si y sólo si se demuestra que existe al menos un sistema de entes matemáticos que satisfacen dichas propiedades y que hay uno y sólo un sistema, salvo isomorfismos, que la satisface.

Aprendizaje de los conceptos matemáticos

En relación a cómo se aprenden los conceptos matemáticos y cuál es el proceso más idóneo para formarlos, Lovell (1969) sostiene que no hay acuerdo en-

tre los docentes; unos opinan que debe hacerse uso de materiales tomados de la experiencia cotidiana, en lugar de utilizar objetos y aparatos especiales. Los sostenedores de este punto de vista afirman que a través de un amplio conjunto de actividades y experiencias, el aprendiz abstrae, asimila e intelectualiza el problema, se da cuenta del significado de sus propias acciones y, en consecuencia no hay necesidad de una enseñanza directa. Otro grupo de docentes opina que se deben utilizar procedimientos específicos y especialmente dirigidos y diseñados para completar las otras experiencias; en este caso el alumno manipula el material; contesta preguntas y hace selecciones que le permiten formular, conscientemente las relaciones y propiedades del material que maneja. En cualquier caso afirma Lovell (1969), para que el concepto «llegue a ser eficaz y operativo tiene que llegar a existir en la mente como algo enteramente abstracto, independientemente del material y de la situación que condujo a su formación». (p.35).

Skemp (1980) afirma que el proceso de formación de un concepto involucra cierto tipo de clasificación de las experiencias que se hayan tenido y la inclusión de la experiencia presente en alguna de esas clases previamente formadas. La posibilidad de efectuar clasificaciones exige a su vez, capacidad para extraer, la cual constituye una actividad mental que permite al aprendiz hacer consciente la similitud existente entre las diversas experiencias que posee y clasificar a éstas de acuerdo con esas similitudes. El resultado de este proceso es una abstracción que capacita, a quien la alcance, para reconocer nuevas experiencias como poseedoras de características similares a las de una clase que ya ha sido formada. Para Skemp una abstracción «es algo aprendido que capacita para clasificar, es la propiedad definidora de una clase. Para distinguir entre abstraer como actividad, y abstracción, como producto final, se llamará concepto a este último». (Skemp, 1980, p. 26). Según este autor un concepto requiere para su formación de un cierto número de experiencias que posean algo en común y capacidad, por parte de quien aprende, para aislar mentalmente y considerar por separado, la característica o características comunes que tengan dichas experiencias; es esta actividad abstractiva la que permite la formación del concepto. Éste, de acuerdo con Lovell (1969), puede ser definido como «generalización hecha a partir de datos relacionados que permitan responder o pensar en estímulos de un modo determinado» (p. 25). Por su parte, Skatkin (1973) explica el proceso de formación de un concepto del modo siguiente: cuando un objeto es percibido, no es aislado totalmente de la realidad que lo rodea sino que es comparado y confrontado con los demás para, de ese modo, determinar semejanzas y diferencias entre ellos y poder agruparlos; al compararlo con los demás es posible notar qué es lo que cada objeto percibido tiene en común con otro objeto; en el curso de esta

actividad se hace abstracción de las propiedades circunstanciales y no sustanciales de los objetos y se forman los conceptos, estos son «formas del pensamiento humano que resultan de la generalización de los conocimientos acerca de los objetos y fenómenos individuales, que reflejan las características generales y sustanciales de los objetos y sus relaciones con los demás objetos...» (Skatkin, 1973, p. 25).

Así que, para formar un concepto, el alumno debe observar objetos y fenómenos concretos, comparándolos entre sí para determinar semejanzas y diferencias entre ellos y distinguir lo sustancial de lo secundario. Skatkin, (1973) asigna al docente un papel directivo en este proceso; considera este autor que el maestro debe dirigir el proceso de formación de un concepto formulando preguntas que orienten la atención del alumno hacia las relaciones, aspectos y propiedades sustanciales de los objetos y fenómenos en estudio.

De lo dicho anteriormente puede inferirse que un concepto no se desarrolla repentinamente; al contrario, se forma progresivamente y es ampliado y profundizado a medida que son encontradas nuevas instancias de él y son establecidas sus relaciones con otros conceptos del mismo sistema conceptual al cual pertenece. Esa formación paulatina de los conceptos involucra cierta cantidad de ensayo y error mediante la cual se trata de determinar si algún objeto puede ser considerado o no como ejemplo de algunos de los conceptos que ya han sido o están siendo formados. Esta actividad conduce a diversos grados de dominio de los conceptos, desde un nivel prácticamente de no existencia del concepto hasta un nivel elevadamente abstracto, pasando por algunos niveles intermedios. De acuerdo con el grado que haya sido alcanzado en el dominio de los conceptos, Freyer, Gahtala y Klausmeier (1972) ha identificado los siguientes niveles en el dominio de un concepto: concreto, identidad, clasificatorio y formal. Según estos autores, un aprendiz posee un concepto a nivel concreto cuando identifica correctamente un mismo estímulo que le ha sido mostrado anteriormente; el nivel identidad ha sido alcanzado cuando el aprendiz es capaz de reconocer un estímulo que antes le ha sido mostrado aunque lo esté percibiendo desde una perspectiva diferente; el dominio a nivel clasificatorio se evidencia al demostrar capacidades para agrupar correctamente cosas que de algún modo son equivalentes, aun cuando no se puedan describir las bases de tal agrupamiento; por último, para evidenciar que se ha alcanzado un concepto a nivel formal se debe mostrar capacidad para agrupar cosas equivalentes, describir las bases para ese agrupamiento y dar el nombre del concepto. el aspecto distintivo de este último nivel de dominio de los conceptos es la habilidad del aprendiz para especificar los atributos definatorios de la clase representada por el concepto.

Aunque el nivel formal es el más abstracto que se puede lograr en el dominio de un concepto, su extensión puede ser ampliada; esto puede lograrse de dos maneras. Una de ellas consiste en generalizarlo a nuevas instancias, la otra en reconocer relaciones de coordinación con otros conceptos. La primera tiene que ver con una de las funciones asignadas a los conceptos, a saber, la reducción de la necesidad de aprendizaje constante. Efectivamente, para Frayer, et. al. (1972), cuando se posee un concepto se pueden identificar nuevas instancias suyas y actuar apropiadamente hacia ellas; esas nuevas instancias «enriquecen el conocimiento del concepto y muestran diferentes contextos en los cuales el concepto puede ocurrir» (p. 26). En cuanto a la segunda manera de ampliar un concepto, Frayer y sus colegas sostienen que debe tomarse en cuenta que muchos conceptos pueden ser considerados como subclases de otros, en consecuencia, si se logra reconocer las relaciones existentes entre varios conceptos se incrementa el conocimiento acerca de cada uno de ellos.

El papel del lenguaje en la formación de conceptos matemáticos

Aunque puede ocurrir que un sujeto alcance un concepto en forma válida y, sin embargo, sea incapaz de definirlo en términos verbales, el dominio de un concepto al más alto nivel implica la necesidad de un nombre (palabra, símbolo, etiqueta) mediante el cual dicho concepto pueda ser identificado. Durante la formación de un concepto, el aprendiz identifica las propiedades comunes que son poseídas por algunos objetos y aquellos que la poseen les asigna un nombre; de este modo; afirma Lovell (1969), el proceso de conceptualización conduce a la identificación de un grupo de palabras que sirven para representar diversas clases de objetos y fenómenos. No obstante su íntima vinculación, entre un concepto como tal y el nombre que se usa para designarlo existen importantes diferencias teóricas, de allí que resulte esencial distinguir entre un concepto y su nombre; Skemp (1980) dice que «un concepto es una idea y el nombre de un concepto es un sonido o marca sobre el papel asociada con él» (p. 27). Dice este autor que, si cada vez que se encuentra un ejemplo de un concepto se escucha o ve el mismo nombre, cuando el concepto se forma, el nombre se ha asociado tan estrechamente con él que pueden llegar a confundirse ambas cosas.

Teniendo presente la vinculación entre lenguaje y formación de conceptos, el docente debe ser capaz de detectar el formalismo, es decir, la ruptura entre la forma de expresar los conocimientos y el contenido de éstos, la memorización mecánica del material de estudio sin comprenderlo claramente. Skatkin (1973)

sostiene que dominar la palabra o conjunto de palabras que se usan para designarlos no necesariamente significa dominar el concepto que dichas palabras refieren, ya que puede ocurrir que el alumno conozca las formulaciones verbales y dé respuestas fluidas a las interrogantes que le son planteadas, pero recuerda mecánicamente la forma de expresión de un concepto pero no su contenido. El formalismo en Matemática, según Skatkin, se «manifiesta por el predominio de la expresión mecánica externa, mediante palabras, símbolos o figuras, del hecho matemático sobre el contenido de este hecho, en la conciencia y en la memoria de los alumnos» (Statkin, 1973: p.11).

Organización de experiencias para el aprendizaje de conceptos matemáticos.

¿Como organizar la enseñanza de la Matemática de modo tal que se puedan alcanzar los fines formativo, instrumental y práctico que le han sido reconocidos a esta disciplina? Steffe y Smock (1975) señalan que para organizar experiencias de aprendizaje válidas para tales propósitos, se hace necesario tomar en cuenta los aportes hechos por la psicología a la comprensión de aprendizaje de conceptos, tomar de aquí aquellos aspectos que sean relevantes para los conceptos matemáticos y prestar atención no sólo a los contenidos matemáticos sino, fundamentalmente, a la estructura de la disciplina.

Aportes de la psicología: El desarrollo de la psicología del aprendizaje ha revelado la necesidad de tomar en cuenta qué ocurre en la mente del sujeto cuando aprende. La Psicología Genética ha aportado la noción de equilibración, uno de los más importantes factores que contribuyen al crecimiento de los conceptos matemáticos. Steffe y Smock (1975), basados en Piaget, definen la equilibración como «un mecanismo autorregulador que balancea los procesos biológicos invariantes de adaptación: asimilación y acomodación. El primero se refiere al proceso por medio del cual nuevos eventos son integrados a las estructuras mentales existentes; el proceso complementario de acomodación tiene que ver con la alteración de la estructura mental debido a la presión de la nueva información» (p.10). En este contexto, aprender Matemática será algo más que el establecimiento de asociaciones entre estímulos y respuestas; aquí el aprendizaje constituirá un proceso a través del cual una nueva información es incorporada a las estructuras cognitivas disponibles produciéndose así una modificación de dichas estructuras.

La interacción dialéctica entre las invariantes bio-psicológicas de asimilación y acomodación, la cual se concreta en el proceso de equilibración, tiene una importante implicación en la organización de experiencias para el aprendizaje de conceptos matemáticos. González (1982) señala que, si se tiene en cuenta la noción de equilibración, una estrategia instruccional debe presentar las características siguientes: (1) debe ser tal que mueva al estudiante de una situación de desequilibrio a una de equilibrio y viceversa; esto se logra presentándole situaciones novedosas o de conflicto que él se comprometa a resolver y (2) debe involucrar al aprendiz en la búsqueda del equilibrio que ha sido roto, debe estimularlo a inquirir sobre el aspecto en cuestión, formular hipótesis y contrastarlas con su realidad, analizar, revisar el camino seguido para solucionar el problema, etc.

Principios derivados de la Psicología aplicables a la formación de conceptos matemáticos: Sobre la base de una abundante evidencia aportada por diferentes investigadores, Dutton (1969) ha derivado una serie de principios generales que sirven para orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos matemáticos. Sostiene este autor que para poder extender y generalizar la comprensión de un aspecto de la matemática se debe hacer énfasis en la comprensión de los conceptos involucrados en dicho aspecto. Además, el lenguaje y los símbolos matemáticos se deben enseñar en forma gradual de tal modo que los aprendices puedan comunicarse satisfactoriamente, tanto en forma verbal como escrita; el docente, mediante una actitud estimuladora, debe incrementar el pensamiento y las experiencias matemáticas de los aprendices de modo que éstos puedan alcanzar niveles más altos de abstracción matemática; las experiencias matemáticas que se propongan debe adecuarse al grado de madurez intelectual alcanzado por los aprendices. Finalmente, debe tenerse en cuenta que los conceptos matemáticos se derivan a partir de una significativa comprensión de las operaciones y/o manipulaciones ejecutadas sobre materiales concretos y no de los materiales mismos.

En la implementación concreta de estos principios, han de considerarse ciertos factores si se desea lograr una enseñanza significativa de la matemática y que los estudiantes comprendan su estructura y métodos fundamentales. Se requiere, en primer lugar, un docente altamente capacitado que comprenda, no sólo la estructura de la Matemática, sino también los modernos principios de su enseñanza, esté atento a las diferentes maneras de aprender que manifiesta cada alumno y está consciente del potencial emocional que posee cada situación de estudio. Por tanto, es imprescindible organizar la clase de modo tal que cons-

tituya un medio estimulador para el descubrimiento del significado y aplicaciones de la Matemática y proporcione a los aprendices una gran variedad de experiencias matemáticas que le permitan construir, por sí mismos, los conceptos. Finalmente, la comprensión de los conceptos debe ser seguida por una ejercitación y práctica adecuadas.

Papel de la Estructura: Con respecto a la estructura de la Matemática ha de tomarse en consideración que, debido a su carácter abstracto, los conceptos matemáticos no pueden ser aprendidos directamente, por observación del entorno, sino sólo de modo indirecto, a través de definiciones o de otros conceptos.

La estructura de la Matemática, como la de cualquier otra disciplina científica, constituye un sistema de conceptos interrelacionados que reflejan los vínculos existentes entre los diferentes hechos y objetos de esa disciplina y, por tanto, el dominio de ella se manifiesta, ante todo, por el dominio que se tenga de su sistema conceptual.

Con relación al proceso de aprendizaje y enseñanza de conceptos matemáticos, Skemp (1980) ha formulado dos principios: (1) los conceptos matemáticos de un orden superior al de aquellos que poseen los aprendices no pueden ser comunicados sólo mediante la definición verbal sino a través de una adecuada colección de ejemplos; (2) como en Matemática esos ejemplos involucran otros conceptos, es preciso asegurarse que éstos ya han sido adquiridos por los aprendices. En la mayoría de los textos que se emplean para enseñar Matemática se viola el primer principio; en ellos se observa que los nuevos conceptos son introducidos, no mediante ejemplos, sino «empleando definiciones muy breves y exactas, comprensibles por los docentes que ya poseen los conceptos a los cuales se refieren, pero ininteligibles para el estudiante» (Skemp, 1980, p. 36). El segundo principio mencionado involucra un análisis conceptual y exige que, antes de intentar comunicar un concepto nuevo se deben identificar sus conceptos contribuyentes, hacer lo propio para cada uno de éstos y así sucesivamente hasta llegar a los conceptos primarios o experiencias que se suponen dadas. Si no se respeta este principio puede ocurrir que, al comprender imperfectamente un nivel determinado, ninguno de los conceptos subsiguientes sea comprendido.

Evaluación de conceptos matemáticos

¿Cómo puede determinarse si un concepto ha sido adquirido?. Frecuentemente, el único test que se emplea para evaluar el dominio de un concepto es la

clasificación entre ejemplos y no ejemplos. En otros casos, se pide al aprendiz que dé o repita las características fundamentales del concepto. Sin embargo, ambos criterios no son suficientes para obtener una medición razonablemente confiable de el nivel en que un concepto está siendo dominado en un momento dado; en opinión de Skatkin (1973), el alumno pudo haber aprendido, memorística o mecánicamente, todas las características definitorias del concepto, sin comprenderlo y sin analizar ni generalizar el material concreto a partir del cual debió ser formado el concepto en cuestión.

Para Frayer, et. al. (1972) la evaluación del aprendizaje de conceptos es un proceso muy complejo y en él deben ser considerados diversos factores relacionados. En efecto, según estos autores, el grado de dominio de un concepto alcanzado en un momento dado por un aprendiz depende de sus experiencias previas, las condiciones en las cuales se produjo el aprendizaje y el tipo de concepto mismo, y no es un fenómeno de «todo o nada» sino un proceso de crecimiento continuo que debe ser evaluado «usando preguntas que intenten reflejar cada nivel de dominio y no una sola pregunta». (p. 27).

Al caracterizar la evaluación de cada nivel de dominio de los conceptos, Frayer, et. al. (1972) señala que en una prueba para medir la adquisición de un concepto a nivel concreto, el aprendiz debe ser capaz de reconocer entre un grupo de distractores, el mismo objeto representativo del concepto que le haya sido mostrado previamente; para medir el nivel de identidad, el sujeto ha de ser capaz de identificar entre un grupo de distractores el objeto que le ha sido mostrado aunque aparezca en una posición diferente; en cuanto al nivel clasificatorio, se pueden dar al aprendiz ejemplos y no ejemplos del concepto, pidiéndole que dé otras instancias semejantes a los ejemplos y diferentes a los no ejemplos. Por último, en el nivel formal, se pide al sujeto que dé el nombre del concepto y sus atributos críticos; además, que evalúe instancias contrastándolas con esos atributos; también, deben plantearse cuestiones que evalúen su conocimiento de otros conceptos relacionados, su familiaridad con principios que involucran los conceptos y su habilidad para resolver problemas aplicando dichos principios.

Se deduce que el criterio para determinar si un concepto ha sido asimilado cabalmente no es sólo la capacidad para designarlo por su nombre; es necesario, opina Skemp (1980), conducirse de un modo que, ostensiblemente, indique capacidad para clasificar nuevos datos de acuerdo con las similitudes que muestren con los objetos que condujeron a la formación del concepto.

Por su parte, Skatkin (1973) sostiene que para comprobar la comprensión real de un concepto, es imprescindible hacer que el sujeto aplique, en la práctica, los

conocimientos obtenidos; para este fin, el docente debe proponerle problemas, en algún sentido novedosos, que sirvan no sólo para comprobar la medida en que el alumno ha asimilado el concepto sino, además, para ayudarlo a consolidar los conocimientos adquiridos, esto significa que la evaluación debe ser hecha de modo tal que pueda constituir una instancia más de aprendizaje. Este tipo de evaluación permite detectar si el conocimiento adquirido es sólo de tipo formal, es decir, si el alumno solamente ha memorizado mecánicamente palabras, fórmulas o símbolos, sin comprender su significado, sólo ha asimilado la forma externa del conocimiento y es incapaz de resolver algún problema práctico que se le plantee, relacionado con el concepto.

Dutton (1969) ofrece otra forma de evidenciar la comprensión de un concepto matemático, la cual consiste en pedir al sujeto que formule un problema, esencialmente distinto a los estudiados en las situaciones instruccionales, y cuya solución exija el empleo del concepto adquirido; que traduzca situaciones problemáticas a su propio lenguaje o las acople a algún modelo matemático adecuado; que resuelva problemas conocidos, usando otros métodos o combinando varios métodos que lo conduzcan a la obtención de un resultado matemáticamente razonable.

Referencias Bibliográficas

Ausubel, D. (1980). *Psicología Educativa, Un punto de vista cognoscitivo*. México: Editorial Trillas.

Benítez Vargas, Garbiso y Silva. (1980, Noviembre). *Trabajo experimental sobre las dificultades en el aprendizaje de la asignatura Matemática a nivel de Ciclo Básico de la Universidad de los Andes*. Mérida: ULA, DGMA, AAPEI.

Bloom, B. y Colaboradores. (1971). *Taxonomía de los objetivos de la Educación*. Buenos Aires: Editorial El Ateneo.

Bourne Jr., L. (1969). Concept Learning and Thought: Behavior not Process. En: Voss, J. F. (Ed.) *Approaches to thought*. Columbus: Charles, E. Merrill Publishing Company.

Burgo, Lissett (1981). *Influencia de la preparación matemática de Educación Media en el rendimiento académico de los estudiantes de Física General y Química general del Curso Básico de la Facultad de Ciencias de la Salud de la Universidad de Carabobo*. Valencia: Universidad de Carabobo, Facultad de Ciencias de la Salud, Curso Básico.

Bruner, J. (1976). *O processo Da Educação*. Sao Paulo: Cia. Editora Nacional.

Bruner, Goodnow y Austin (1978). *El proceso mental en el aprendizaje*. Madrid: Narcea S. A. de Ediciones.

Callegari, C. (1982). *Procedimiento para realizar Evaluación de Necesidades Educativas: Propuesta que combina el Escalograma de Guttman y la Encuesta de discrepancia*. Trabajo especial de Grado, Valencia: Universidad de Carabobo, Área de Estudios de Postgrado.

Carroll, J. (1964). World, meaning and concept. *Harvard Educational Review*. 34, 178-202.

Castillo, J. (1983). *Comparação de Eficiência de tres procedimentos Instruccionais no ensino de dois conceitos de física*. Sao Paulo: Universidad de Sao Paulo.

CENAMEC (1982). Mejoramiento de la enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico de Educación Media (Proyecto CENAMEC-MatCB 01). En CENAMEC *Retrospectiva 1973-1981*. Caracas: Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia.

Clark, D. (1971). Teaching concepts in the classroom: a set of teaching prescriptions derived from experimental research. *Journal of Educational Psychology*, 62, 253-278.

- Dib, C. (1974). *Tecnologia da Educação*. Sao Paulo: Livraria Pionera Editora.
- Diego, A. (1973). Matemática y Deserción Estudiantil en la Universidad. En: CIAM, UNESCO. *Educación Matemática en las Américas (III) (Informe de la Tercera Conferencia sobre Educación Matemática, Bahía Blanca, Argentina, noviembre, 1972)*. Montevideo: Oficina de la UNESCO para la América Latina.
- Dienes, Z. (1970). *La Construcción de las Matemáticas*. Barcelona: Editorial Vicens-Vives.
- DGMA, ULA. (1979). *Diagnóstico del Problema de la Matemática en el Ciclo Básico de la Universidad de los Andes*. Mérida: ULA, Dirección General de Mejoramiento Académico.
- Dutton, W. (1980). *¿Cómo Evaluar el Aprendizaje de la Matemática?*. Madrid: Ediciones Morata.
- Elkind, D. (1969). Conservation and Concept Formation. En: Elkind y Flavell (org.) *Studies in Cognitive Development*. Nueva York. Oxford University Press.
- Escalona, Hernández y Castillo. (s.f.). *Una Investigación sobre la Relación entre la Habilidad y el Conocimiento Matemático de los Bachilleres que Ingresan al Ciclo Básico Superior y su Rendimiento en Matemática I en este Instituto*. (Resumen). Barquisimeto Ciclo Básico Superior.
- Fruyer, J., Ghatala, K., y Klausmeier, P. (1972). Levels of concepts Mastery: implications for instruction. *Educational Technology*, December.
- Gagné, R. (1979). *Las Condiciones del Aprendizaje* (3a. edic.) México, D.F.: Editorial Interamericana.
- Garbiso, J. (1980). *Prueba de Conocimientos, Comprensión y Aplicación de Conceptos Matemáticos*. Mérida: ULA, DGMA.
- González, F. (1982). *Acerca de la teoría de Piaget y sus implicaciones para la enseñanza*. Trabajo presentado en el Curso Avanzado de Psicología de la Educación. Maestría en Matemática, Mención Educación. Área de Estudios de Postgrado, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.
- Henderson, K. (1970). Concepts. En: *The Teaching of Secondary School Mathematics*. Thirty-third Yearbook of National Council of Teachers of Mathematics, Washinton, D.C.
- Jiménez, Requena y Mago. (1977). Análisis del contraste entre la enseñanza actual de la Matemática a nivel medio con la enseñanza en los cursos básicos

universitarios. En: *Primer Congreso Venezolano de Matemáticos* (Auspiciado por la ULA, marzo de 1977). Mérida: ULA, Facultad de Ciencias, s.f.

Kaufman, R. (1980). *Planificación de Sistemas Educativos*. México: Editorial Trillas.

Kendler, H. (1964). The concept of concept. En: Melton, A.W. (Ed.). *Categories of Human Learning*. New York: Academic Press.

Kendler, T. (1961). Concept Formation. *Annual Review of Psychology*, 12, 447-472.

Layrisse, M. (1982). Discurso pronunciado en la instalación del CENAMEC. En: CENAMEC. *Retrospectiva 1973-1981*. Caracas: Centro Nacional para el Mejoramiento de la Ciencia.

Lovell, K. (1969). *Didáctica de la Matemática (sus bases psicológicas)*. Madrid: Ediciones Morata,

McDonald, F. (1959). *Educational Psychology*. San Francisco: Wadsworth Pub., Co. Inc.

Menchinskaya, N. (1969). The psychology of mathematics concepts: fundamentals problems and methods of research. En: Kilpatrick y Wirszup (eds.), *Soviets studies in the psychology of learning and teaching mathematics (Vol. I)*. Stanford, California: School Mathematics Study Group, (publicación del NCTM).

Núñez, J. (1973). *Introducción a la ciencia*. Caracas: Editorial CM/Nueva Izquierda, Colección Texas Revolucionarios,

Osborne, R. y J. Gilbert. *A theoretical analysis of concepts understanding* (sin pie de imprenta)

Peel, E. A. (1971). Psychological and Educational Research Bearing on Mathematics Teaching. En: Servais y Varga (ed.) *Teaching School Mathematics*. Middlesex, England: Penguin Books-UNESCO.

Rees, R. (1981). Matemática Escolar: conexiones con el comercio y la industria. En: Morris, R. (ed.) *Estudios en educación Matemática*. París: UNESCO.

Revusz, A. (1981). Los objetivos de la enseñanza de la Matemática para asegurar el desarrollo de la Matemática como disciplina. En: Morris, R. (ed.) *Estudios en Educación Matemática*. París: UNESCO,

Salcedo, H. (1979, Marzo). Perspectivas Actuales en Evaluación Educacional: Algunas Implicaciones. *Temas de Educación*. (1) Caracas: Ediciones de la Facultad de Humanidades y Educación, UCV,

Salcedo, H. (1980). *Evaluación de Necesidades: Procedimiento para su realiza-*

ción. Curso de Evaluación de de Necesidades. Maestría en Tecnología Educativa, Fac. de Humanidades y Educ., UCV, Caracas,

Salcedo, R. (1980, Octubre). Evaluación de los Objetivos Curriculares del Componente Docente del IUPEMAR. En: *PARADIGMA* (Revista del Componente Docente del IUPEMAR). Vol. I, No 2, 45-84.

Sánchez, B. (1982). *Enfoque de sistemas y evaluación*. Caracas: Ediciones CEAG.

Shardakov, M. (1968). *Desarrollo del pensamiento en el escolar*. México: Editorial Grijalbo.

Skatkin, M. (1973). *Perfeccionamiento del proceso de enseñanza*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Editorial Morata.

Spitzer, D. (1975). What is a concept? *Educational Technology*, 15, 36-39.

Steffe, L. y Ch. Smock. (1975). On a Model for learning and teaching mathematics. En: Steffe, L. (ed.) *Research on Mathematical thinking of young children. Empirical Studies*. Washington, D.C.: National council of teachers of Mathematics,

Tennyson, R. y Boutwell, R. (1974). Methodology for the secuencing of instances in classroom concept teaching. *Educational Technology*, 14, (9), 45-50.

Tennyson, R. y Park, O. (1980). The teaching of concepts: A review of instructional design research literature. *Review of Educational Research*, vol. 50, number 1, spring.

Toranzos, F. (1959). *Enseñanza de la Matemática*. Buenos Aires: Editorial Kapelusz.

UNESCO (1973). *Nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática. (vol. III)*. París: Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura.

Urribarri, Y. (s. f.) (Coord.) *Proyecto de mejoramiento del nivel en matemáticas para estudiantes que ingresan a las universidades nacionales*. Caracas: UCV, Facultad de Ciencias.

Van Engen, H. (1953). The formation of concepts. En: *The learnign of Mathematics*. Washington, D.C.: Twenty-first Yearbook of National Council of Teachers of Mathematics.

Villaroel, C. (1979). Evaluación de Necesidades. *Temas de Educación (1)*. Cara-

cas: Ediciones de la Facultad de Humanidades y Educación, UCV.

Villegas, R y Garbiso, C. (1983). *Informe de la encuesta dirigida a profesores de matemáticas básicas, semestre 8-1982*. Mérida: ULA, DGMA.

Villegas, R. (s. f.) *Factores que determinan un bajo rendimiento académico en Física General*. Trabajo Presentado en la Cátedra de Estadística Educacional I. Universidad de Carabobo, Área de Estudios de Postgrado, sin fecha.

Wilson, J. (1975). Evaluación del Aprendizaje de la Matemática en la Escuela Secundaria. En: Bloom, Hastings y Madaus. *Evaluación del Aprendizaje (3)*. Buenos Aires: Ediciones Troquel,