

BUSQUEDA HEURISTICA ORDENADA PARA GENERALIZACIONES DEL JUEGO DE LOS QUINCE

- Autores:** Henri Farreny - Fatiha Akef
ENSEEIH (INP de Toulouse)
Institut de Recherches en Informatique de Toulouse (IRIT)
Email : Henri Farreny@irit.fr
- Resumen:** El "juego de los quince" desempeña un papel clave en el desarrollo de los métodos de Búsqueda Heurística Ordenada que se consideran en Inteligencia Artificial, especialmente en la rama "resolución general de problemas". Hoy todavía, ese antiguo problema no está bien resuelto, sino con ordenadores excepcionalmente potentes. Nos interesamos a extensiones más bien cualitativas del juego de los quince que han sido poco estudiadas. Producimos diferentes soluciones óptimas para el "juego del burro rojo", el "juego de papa" y ciertas variantes. La distinción entre problemas precisos y "semiprecisos", juntada con propiedades relativas a la conexidad de los grafos de estados, parecen merecer atención para realizar nuevos progresos.
- Palabras Claves:** Juego de los quince ; Juego del burro rojo ; Juego de papa ; Búsqueda heurística ordenada ; A* ; IDA* ; Distancia de Manhattan
- Abstract:** Fifteen-puzzle plays an important part in the development of the Ordered Heuristic Search methods, which are considered in Artificial Intelligence, particularly in the problem-solving branch. Today, this old problem is not very well solved yet, except with exceptionally powerful computers. We are interested in extensions (rather from a qualitative point of view) of the fifteen-puzzle which have been rarely studied. We produce different optimal solutions for the red donkey's puzzle, the papa's puzzle and some variants. The distinction between precise and "semiprecise" problems, joined with the properties concerning the connexity of the state graphs, seems worth thinking for realize new progress.
- KeyWords:** Fifteen-puzzle ; Red donkey's puzzle ; Papa's puzzle ; Ordered Heuristic Search ; A* ; IDA* ; Manhattan distance

1. Introducción.

La "Búsqueda Heurística Ordenada" (Nilsson, 1971) trata de resolver problemas variados, ayudándose con "grafos de estados" y "funciones de evaluación de estados". Los algoritmos correspondientes (A* y IDA* son los principales) prueban de descubrir eficazmente un camino, más bien de coste mínimo, desde el "estado inicial" hasta un "estado objetivo" (Nilsson, 1971; Pearl, 1984; Korf, 1985; Farreny, 1987, 1995, 1999) ; a ese fin son guiados por heurísticas que incorporan conocimientos de origen experimental, analítico o intuitivo.

La familia del "fifteen puzzle" (Nilsson, 1971) o "juego de los quince" (Guzmán, 86) es un soporte experimental corriente ; el juego se volvió popular en Europa y América a finales del siglo 19 ; en un cuadrulado de 4 x 4 se disponen 15 fichas, idénticas (de forma y de uso) sino que cada una lleva un número propio entre 1 y 15 (figura 1) ; los únicos movimientos autorizados son los que desplazan hacia la única casilla vacía la ficha de una casilla vecina. El grafo de este juego consta de unos 10^{13} estados. En 1985, Korf produjo, por Búsqueda Heurística Ordenada, secuencias mínimas de movimientos para una collección sorteada de 100 problemas del juego de los quince (Korf, 1985) ; por término medio, esas 100 secuencias cuentan 53 movimientos ; hasta hoy en día nadie trató una collección de ejemplos más difícil que la de Korf ; sin embargo Brungger estableció en 1999, por calculo paralelo masivo, que las más largas soluciones mínimas exigen 80 movimientos (Brungger, 1999) ; se dice que 80 es el "diámetro" del grafo de estados.

En 1996, Korf produjo secuencias mínimas para 10 problemas sorteados del "twenty-four puzzle" (cuadrulado de 5 x 5 ; el grafo consta de unos 10^{25} estados) ; por término medio, esas 10 secuencias cuentan 100 movimientos (Korf 1996) ; pero no se sabe cuánto vale el diámetro del grafo.

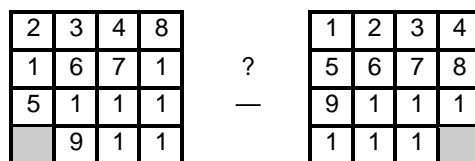


Figura 1. Un problema para el juego de los quince.

Aunque muy difíciles de resolver en totalidad (es decir para cualquier problema), el juego de los quince y sus clásicos derivados (cuadrulados de $n \times n$), sólo permiten modelizar aplicaciones sencillas.

Con fines de representar aplicaciones más realistas (vehículos aparcados o, más generalmente, objetos —reales o abstractos— almacenados), hemos enfocado el relajamiento de cinco apremios : 1) fichas pueden ser de tamaños diferentes, 2) fichas de mismo tamaño pueden ser indiscernibles, 3) pueden existir varios huecos, 4) el objetivo puede ser especificado vagamente, 5) los movimientos pueden ser de varios tipos. Presentamos a continuación un trabajo premiminar en esa dirección.

2. Resolución heurística ordenada del "juego del burro rojo" y variantes

La figura 2 representa el "juego del burro rojo" (Gardner, 1979; Berlekamp, 1982; Hordern, 1986; Cousineau, 1995).

Comparándolo al juego de los quince y sus derivados $n \times n$, se notan varias novedades : 1) hay 4 tipos de fichas, 2) las fichas de mismo tipo son intercambiables, 3) hay dos casillas vacías, 4) el objetivo sólo especifica la posición final del gran cuadrado, 5) pueden considerarse tres sistemas de movimientos : sólo movimientos de una casilla ("movimientos sencillos"), de

una o dos casillas en recto ("movimientos rectos"), de una o dos casillas en recto o en escuadra ("movimientos libres").

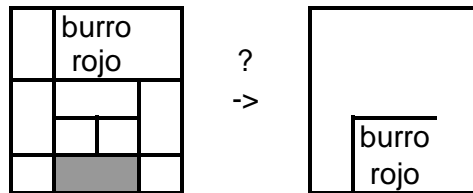


Figura 2. El problema original del juego del burro rojo.

Hemos utilizado un algoritmo A* (Nilsson, 1971; Pearl, 1984), con una heurística que toma en cuenta la "distancia de Manhattan" ("city-block distance") del gran cuadrado (la notamos P_{GC}). Esta heurística es "infravalorante", es decir que para cualquier estado n , $P_{GC}(n)$ es inferior a la distancia mínima que separa n de cualquier estado objetivo. Así es cierto que el algoritmo termina descubriendo un camino mínimo. Las soluciones (mínimas pues) que hemos encontrado (Akef, 2000) cuentan 81 movimientos, 90 o 116 según que consideramos movimientos libres, rectos o sencillos, respectivamente; una solución en 81 movimientos libres, sin prueba de optimalidad, era ya conocida (Gardner, 1979; Hordern, 1986) pero no soluciones mínimas (y justificadas como tal) en movimientos rectos o sencillos.

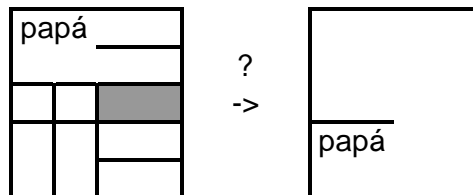


Figura 3. El problema original del "juego de papá".

De modo similar hemos producido soluciones mínimas para las variantes del juego del burro rojo propuestas por [Cousineau, 1996]: 56 movimientos libres o 86 sencillos, y (Berlekamp, 1982): 83 movimientos libres o 120 sencillos. Luego hemos tratado el "juego de papá" (Gardner, 1979; Hordern, 1986), representado en la figura 3, y producido soluciones mínimas de 59 movimientos libres, o 62 rectos, o 83 sencillos.

3. Problemas vagos, semiprecisos, precisos

Diremos que el problema de los quince (y sus clásicos derivados) es "preciso" en el sentido que se da por adelante la posición de cada ficha, individualmente identificada, tan bien en el estado objetivo como en el estado inicial; en este sentido, los problemas del burro rojo o de papá no son precisos porque 1) admiten fichas indiscernibles y 2) del estado objetivo sólo se conoce la posición del gran cuadrado.

Diremos que los problemas originales del burro rojo o de papá son "vagos" no porque admiten fichas indiscernibles sino que no se conoce la disposición exacta del estado objetivo (excepto la posición del gran cuadrado);

en este sentido, el problema representado en la figura 4 no es vago ; en cambio, diremos que es "semipreciso" porque admite fichas indiscernibles ; en cuanto al problema representado en la figura 5 es "preciso" porque no admite fichas indiscernibles.

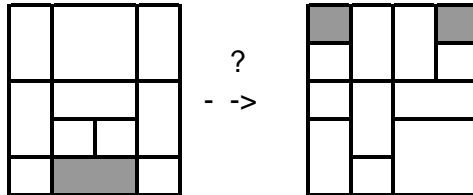


Figura 4. Un problema semi-preciso :

en el objetivo aparecen todas las fichas, sin relación con el estado inicial.

Para resolver el problema original del burro rojo (figura 2) hemos trabajado en el Grafo de Estados Semiprecisos (GES) ; se calcula que GES consta de 65 880 estados.

Para resolver el problema de la figura 4 hemos de trabajar también en GES ; por un lado tenemos un objetivo más difícil de verificar puesto que todas las fichas contribuyen a su definición ; por otro lado tenemos más información : podemos emplear como heurística infravalorante la "distancia de Manhattan mínima" (P_{min}) que separa el estado inicial del conjunto de estados derivados del objetivo por permutación (siempre $P_{min} \leq P_{GC}$; a menudo P_{min} es muy superior a P_{GC}) ; así hemos encontrado soluciones mínimas para el problema de la figura 4 : 124 movimientos libres o 166 sencillos.

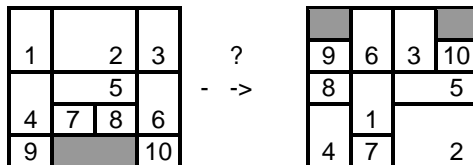


Figura 5. Un problema preciso : el objetivo situa todas las fichas, cada una relacionada con su posición inicial.

Para resolver el problema, preciso, de la figura 5 tenemos aún más información : podemos utilizar como heurística la "distancia de Manhattan" P ($P_{min} \leq P_{GC}$; y a menudo P es muy superior a P_{min}) ; pero hemos de trabajar en el Grafo de Estados Precisos (GEP), mucho más grande que GES, puesto que consta de $4! \times 4! \times 65\,880 = 37\,946\,880$ estados (nótese que GES es un grafo parcial de GEP). Así planteado el problema es difícil de resolver (con ordenador común) tan bien por algoritmo A^* (problema de espacio) como por algoritmo IDA^* (problema de tiempo).

4. Cuestiones de conexidad

Se sabe que los grafos de estados del juego de los quince y derivados $n \times n$ admiten 2 componentes conexas de igual tamaño (o sea : $n! \times 1/2$ estados para cada una). Nuestros experimentos con el juego del burro rojo revelan una conexidad mucho más compleja.

Hemos experimentado que los 65 880 estados del Grafo de Estados Semiprecisos (GES) del burro rojo se reparten en 898 componentes conexas (las 2 más grandes constan de 25 955 estados cada una y las 4 más pequeñas constan de 2 estados cada una).

Sin embargo hemos encontrado y resuelto problemas del burro rojo que exigen a lo menos 166 movimientos sencillos o 124 movimientos libres (y problemas de papá que exigen 176 movimientos sencillos) ; por comparación, el grafo de estados del juego de los quince es mucho mayor pero los problemas más difíciles no traspasan 80 movimientos.

Los diámetros de los grafos del burro rojo, de papá y variantes quedan por descubrir.

5. Notas de conclusión

Relajar apremios del juego de los quince y derivados abre, por un lado, perspectivas de nuevas aplicaciones y, por otro lado, un campo de investigación algorítmica.

Hemos producido diferentes soluciones óptimas para el "juego del burro rojo" y el "juego de papa" y ciertas variantes. La distinción entre "problemas precisos" y "problemas semiprecisos", juntada con propiedades relativas a la conexidad de los grafos de estados, parecen merecer atención para otros progresos.

Las irregularidades, en lo que toca a la conexidad, de los grafos del burro rojo y variantes dejan esperar una resolución facilitada, esperanza que se confirma para problemas semiprecisos o vagos (búsqueda dentro de GES) pero no todavía para problemas precisos (búsqueda dentro de GEP).

Empezamos a experimentar para el burro rojo una adaptación de la heurística LC ("Linear Conflict") que permitió los primeros sucesos en la resolución óptima del juego de los quince.

También hemos empezado a ponderar los cambios de estado (según las fichas movidas, según el tipo de movimiento) porque 1) las aplicaciones potenciales inspiran tales ponderaciones y 2) diversificar los valores de evaluación puede facilitar la elección entre pistas de búsqueda.

Pensamos sacar provecho de las diferencias entre juegos que admiten o no fichas indiscernibles adaptando la reciente técnica de "pattern databases" (Culberson, 1998) que Korf ha usado para obtener soluciones mínimas para el famoso "cubo de Rubik".

REFERENCIAS

- Akef, Fatiha (2000). *Recherche Heuristiquement Ordonnée : étude de taquins non classiques*. Rapport de mastère, ENSEEIHT, Institut National Polytechnique de Toulouse. Septembre 2000.
- Berlekamp, Elwyn R.; Conway, John H.; Guy, Richard K. (1982). *Winning ways for your mathematical plays*, 2. Academic Press. 1982.
- Brungger, A.; Marzetta, A.; Fukuda, K.; Nievergelt J. (1999). The parallel search bench ZRAM and its applications. *Annals of Operations Research*. 90. 1999. p. 45-63.
- Cousineau, Guy; Maury, Michel (1995). *Approche fonctionnelle de la programmation*. Édisciences. 1995.
- Culberson, J.; Schaeffer, J. (1998). Pattern Databases, *Computational Intelligence*. 14 : 4. 1998. p. 318-334.
- Farreny, Henri; Ghallab, Malik (1987). *Éléments d'Intelligence Artificielle*. Hermès. 1987.
- Farreny, Henri (1995). *Recherche Heuristiquement Ordonnée, Algorithmes et propriétés*. Masson. 1995.
- Farreny, Henri (1999). Completeness and Admissibility for General Heuristic Search Algorithms. A theoretical study : basic concepts and proofs. *Journal of Heuristics*. 5. 1999. p. 353-376.
- Gardner, Martin (1979). *Jeux mathématiques du Scientific American*. CEDIC. 1979. p. 66-74, 194-195, 199-200.
- Guzmán, Miguel de (1986). *Aventuras matemáticas*. Labor. 1986.
- Hordern, L. E. (1986). *Sliding piece puzzles*. Oxford University Press. 1986.
- Korf, Richard E. (1985). Depth-first iterative-deepening : An optimal admissible tree search. *Artificial Intelligence*. 27 : 1. 1985., p. 97-109.
- Korf, Richard E.; Taylor L. A. (1996). Finding optimal solutions to the twenty-four puzzle. *Proceedings of AAAI-96*. Portland. August 1996. p. 1202-1207.
- Nilsson, Nils (1971). *Problem-solving methods in artificial intelligence*. Mc Graw Hill. 1971.
- Pearl, Judea (1984). *Heuristics : intelligent search strategies for computer problem-solving*. Addison-Wesley. 1984.