

Los conceptos abiertos y la paradoja del análisis

(*Open concepts and the paradox of analysis*)

Sílvio PINTO

Manuscrito recibido: 2004.02.21

Versión final: 2004.09.06

BIBLID [0495-4548 (2005) 20: 53; pp. 199-219]

RESUMEN. Michael Beaney ha sugerido recientemente que la distinción fregeana entre sentido y referencia fue propuesta para resolver la famosa paradoja del análisis. Casi diez años antes, Michael Dummett ya insistía en que Frege fue uno de los primeros en buscar una solución satisfactoria de esta paradoja. En este artículo, discuto algunas sugerencias de Beaney y Dummett de cómo resolver la paradoja al estilo fregeano y también sus propias contribuciones no fregeanas al debate en torno de la corrección y de la informatividad del análisis. Mi intención en esta discusión es mostrar que ninguna de ellas funciona. Concluyo con una propuesta de inspiración wittgensteiniana —el enfoque de los conceptos abiertos— para apoyar la idea de que la apelación a contenidos abiertos es la mejor manera de disolver la paradoja.

Descriptores: Análisis, Frege, definición, conceptos abiertos, Wittgenstein.

ABSTRACT. *Michael Beaney has recently suggested that the Fregean distinction between sense and reference was proposed to solve the famous paradox of analysis. Not as recently, Michael Dummett has insisted that Frege was one of the first to look for a satisfactory solution to this paradox. In this paper, I discuss Beaney's and Dummett's various suggestions for solving the paradox in a Fregean style as well as their own non Fregean contributions to the debate around analysis's correction and informativeness. My intention in this discussion is to show that none of them works. I conclude with a proposal inspired by Wittgenstein's later work —the open concepts' proposal— designed to support the idea that the appeal to open contents is the best way to dissolve the paradox.*

Keywords: *Analysis, Frege, definition, open concepts, Wittgenstein.*

1. Introducción

Mucho se ha escrito sobre la distinción fregeana entre sentido y referencia y particularmente sobre su motivación en la obra de Frege. Michael Beaney ha propuesto recientemente que la distinción intentaba resolver la llamada paradoja del análisis que se presenta fundamentalmente en la caracterización de número natural propuesta por Frege. La paradoja surge justamente cuando se intenta conciliar 2 características aparentemente contradictorias —corrección y fertilidad— de los análisis conceptuales fregeanos. Esto porque la corrección de una definición parece exigir que alguna propiedad se preserve en la transición del *definiendum* (el concepto pre-teórico) al *definiens* (el concepto teórico) mientras que la fertilidad parece requerir un cambio cognitivo en la misma transición.

Según Beaney, para dar cuenta de estos 2 rasgos —corrección y fertilidad— de su análisis de la noción de número y justificar tal análisis, Frege sugiere distinguir dentro de la noción de contenido conceptual 2 tipos de contenido: la referencia y el sentido. A continuación, veremos por qué la dicotomía sentido/referencia no sirve para disol-



ver dicha paradoja. También veremos que la propuesta de Beaney de una segunda dicotomía entre 2 contenidos —el contenido lógico y el contenido cognitivo de una oración— no nos ayuda en la disolución de la paradoja.

A Michael Dummett también le ha preocupado la cuestión de la justificación del análisis fregeano de la noción de número; en varios de sus escritos, Dummett ha sugerido una manera de solución fregeana de la paradoja (por ejemplo, en Dummett (1991b)) a través de la distinción entre el contenido conceptual de una expresión y las varias maneras posibles de partir tal contenido. Dummett también ha sugerido un modo alternativo y no fregeano de eliminar la paradoja, a saber: haciendo uso de la idea de que las definiciones analíticas no cambian los contenidos que serán definidos; y de que la informatividad se explica en términos de los diferentes grados de comprensión del *definiens* y del *definiendum*. Mi segundo objetivo es mostrar que estas sugerencias para disolver la paradoja del análisis tampoco funcionan.

Finalmente, en la tercera y última parte del trabajo sugiero una manera de solucionar la paradoja apelando a algunas intuiciones del segundo Wittgenstein sobre la incompletud del significado lingüístico. La idea es tomar la noción de contenido como esencialmente abierta y considerar los varios procedimientos de establecimiento del contenido (definiciones, estipulaciones, convenciones, pruebas, etc.) como procesos de extensión parcial de dicho contenido en una determinada dirección. Los detalles de la solución de inspiración wittgensteiniana de la paradoja del análisis vendrán a continuación. La conclusión que me gustaría extraer de este ejercicio es que la mejor manera de eliminar la paradoja requiere no una distinción entre 2 tipos de contenido, sobre la cual insiste Beaney, o la hipótesis de la aprehensión incompleta del contenido, como a veces sugiere Dummett, sino una noción abierta de contenido que se extiende de manera parcial a cada acto de análisis conceptual.

2. La paradoja del análisis

La idea de que la tarea de la filosofía es ofrecer un análisis de conceptos es tan vieja como la propia filosofía. Mucho antes del surgimiento de la llamada tradición analítica con Frege y Russell, los filósofos de todas las tradiciones se han dedicado a proporcionar aclaraciones de conceptos como conocimiento, causalidad, bien y mal, etc.. Muchos filósofos se han dedicado a la aclaración conceptual sin reflexionar sobre la naturaleza de la propia actividad del análisis conceptual. Sin embargo, a G.E. Moore, filósofo de Cambridge y contemporáneo de Russell, y a muchos otros les preocupaba el que la idea misma del análisis conceptual pudiera ser paradójica. Así expresa Dummett la paradoja que le preocupaba a Moore:

The idea of analysis led, however, to apparent paradox; and this 'paradox of analysis' greatly pre-occupied Moore and others of his general outlook. For the outcome of conceptual analysis must be an analytic truth *par excellence*: and if so, how could it give us new information? (Dummett 1987, p. 17.)

El problema es que, por un lado, el análisis de los contenidos conceptuales relevantes para la filosofía (por ejemplo, el concepto de conocimiento) debería dar como resultado un contenido que coincidiera con el concepto pre-teórico a ser analizado y,

por otro lado, se requiere que dicho análisis sea informativo para nosotros. La primera característica —la corrección— parece exigir que no haya un cambio conceptual en la transición del concepto pre-teórico y su contraparte analizada. La segunda característica —la fertilidad o informatividad— parece exigir justamente lo contrario: que el análisis filosófico modifique nuestros conceptos pre-analíticos. ¿Cómo conciliar entonces estas 2 características —corrección y informatividad— aparentemente irreconciliables del análisis filosófico?

Un ejemplo paradigmático de análisis filosófico son las definiciones llamadas analíticas. Frege¹ distinguía entre éstas y las definiciones estipulativas, las cuales no generan la paradoja porque son apenas abreviaciones y por lo tanto no son informativas. Las definiciones que aparecen en la tercera sección de los *Begriffsschrift* (Frege (1879)) son estipulativas —por ejemplo, las definiciones de propiedad hereditaria en una secuencia, de que algo sigue a otro algo en una secuencia o de que algo pertenece a una secuencia que empieza con otro algo. En contraste, las definiciones de número natural propuestas en los *Grundlagen* (Frege (1884)) son reconocidamente analíticas. La primera definición analítica aceptable, según Frege, es el famoso principio de Hume (PH) que dice:

(PH) El número de los F s es idéntico al número de los G s \equiv_{df} F es equinúmero a G .

Aquí el concepto de equinumerosidad se explica en términos de la existencia de una correspondencia biunívoca entre los objetos que caen bajo el concepto F y aquellos que caen bajo el concepto G . La segunda definición analítica de número de los *Grundlagen* intenta responder a la cuestión sobre que tipo de objeto es un número, sobre la cual PH no se pronuncia. Se le conoce como la definición explícita de número (DEN):

(DEN) El número de los F s \equiv_{df} la extensión del concepto *equinúmero al concepto F*.

3. La distinción entre sentido y referencia

Primero veamos un intento de disolución de la paradoja al estilo fregeano. Recientemente, Michael Beaney (Beaney (1996)) ha sostenido la idea de que Frege introdujo la distinción sentido/referencia para resolver la paradoja del análisis. La idea es que al distinguir en la anterior noción de contenido conceptual dos niveles de contenido —el nivel de la referencia y el nivel del sentido— Frege podría resolver de una sola vez tanto el problema de la informatividad de las identidades verdaderas no-tautológicas como el del carácter fructífero de las definiciones analíticas. Con relación a las primeras, no hay duda de que la distinción representa una manera de explicar su informatividad. No se puede decir lo mismo sobre la informatividad de las definiciones analíticas. A

¹ En uno de sus textos póstumos llamado “Logic in Mathematics” que aparece en la colección Frege (1979).

primera vista, con dos niveles de contenido parece ser posible mantener la corrección y la informatividad de una definición como (DEN); basta decir que lo que se conserva en la transición definicional es la referencia mientras que el sentido es el que se cambia.

El problema es que lo que puede funcionar para una definición explícita como (DEN) falla cuando se trata de una definición contextual como (PH). Pues si lo que torna a (PH) correcta es la identidad de referencia entre sus lados y si la referencia de una oración es, como quiere Frege, su valor de verdad, entonces cualquier sustitución de cualquier de los lados de (PH) por una oración con mismo valor de verdad preservaría la corrección de la definición. Sin embargo, tal conclusión es absurda. Por lo tanto, o bien la distinción sentido/referencia no sirve para dar cuenta de la paradoja del análisis, o bien Frege se ha equivocado sobre el contenido referencial de una oración declarativa.

4. *Contenido lógico versus contenido cognitivo*

Beaney fue reluctant en sacar la primera conclusión por lo que prefirió la segunda. Según él, un mejor candidato para la referencia de una oración sería el estado de cosas asociado a ella. Pero, ¿qué es exactamente un estado de cosas? Alguien podría caracterizarlo de la siguiente manera: un estado de cosas es una situación en el mundo que hace verdadera la oración a la cual está asociado². No obstante, esto significaría que solamente las oraciones verdaderas tendrían referencia. Para evitar esta dificultad, tendríamos que pensar los estados de cosas como situaciones posibles que, de ser reales, tornarían sus respectivas oraciones verdaderas; de lo contrario, las tornarían falsas.

Wittgenstein —en el *Tractatus Lógico-philosophicus*— así ha tratado de caracterizar los estados de cosas (Wittgenstein 1922, 4.2, 4.25, 4.3, 4.4, 4.431). Si se toma este camino, ya no se puede hablar de la referencia de una oración y de hecho esto era justamente aquello sobre lo que insistía Wittgenstein en el mismo libro: los nombres solo tienen referencia (*Bedeutung*) mientras que las oraciones solo tienen sentido (*Sinn*) (Wittgenstein 1922, 3.203, 3.22, 3.3). Además, esta explicación de los estados de cosas los hace muy parecidos con las condiciones de verdad o falsedad de una oración. También esta es la manera como entiende los estados de cosas el autor del *Tractatus*, pues afirma que el sentido de una oración consiste en su acuerdo y desacuerdo con las posibilidades de ocurrencia y no-ocurrencia de los estados de cosas y también sostiene que la oración es la expresión de sus condiciones de verdad y falsedad.

Si aceptamos este modo de explicación de la noción de estado de cosas en términos de condiciones de verdad, podemos decir que sus respectivas condiciones de verdad corresponden a un nivel de contenido de la oración; Beaney las considera como el contenido lógico de la oración. La noción de contenido lógico se reduciría a la de referencia en el caso de las expresiones sub-oracionales. En este contexto, Beaney sugiere

² Nada nos impediría pensar que habría varios estados de cosas —varias situaciones en el mundo— que harían una determinada oración verdadera.

interpretar el sentido de una oración —su contenido cognitivo, según él³— como una determinada manera de partir el contenido lógico de la misma. Una oración en voz activa y su correspondiente en la pasiva tendrían contenidos cognitivos distintos.

Así, tendríamos, de acuerdo con Beaney, la conservación del contenido lógico de las oraciones en las definiciones analíticas contextuales y la no-conservación de su contenido cognitivo. Consideremos de nuevo a (PH). Si Beaney tuviera razón, ambos lados serían verdaderos o falsos en las mismas condiciones⁴, a pesar de que dichas condiciones se encuentran partidas de maneras distintas, ya que el lado izquierdo será verdadero si determinados objetos son idénticos mientras que el lado derecho será verdadero si existe una relación uno a uno entre los objetos que caen bajo un concepto y los que caen bajo un segundo concepto. La sugerencia va de encuentro a la idea fregeana del *Begriffsschrift* de que la posibilidad de múltiples particiones del contenido de una oración no tiene nada que ver con su contenido. Pero veamos hasta donde nos lleva.

El éxito de la nueva sugerencia va a depender obviamente de si casos como (PH) se podrían asimilar a los que Frege considera en *Begriffsschrift*: por ejemplo, las oraciones (a) “el hidrógeno es más ligero que el carbono” y (b) “el carbono es más pesado que el hidrógeno”. Para estos últimos, se podría argumentar convincentemente que hay identidad de contenido lógico o de condiciones de verdad entre (a) y (b). Bastaría que mostráramos que:

(C es más pesado que H \leftrightarrow H es más ligero que C)⁵

Esto garantizaría la sustitutibilidad de (a) por (b) y vice-versa en todas las cadenas inferenciales en que cualquiera de ellas participa. El punto importante aquí es el siguiente: dos oraciones tienen el mismo contenido lógico siempre y cuando sean lógicamente

³ La distinción entre contenido cognitivo y contenido lógico, la señala Beaney, por ejemplo, en Beaney 1996, pp. 226-7.

⁴ Según el autor del *Tractatus*, el criterio de identidad de condiciones de verdad de una oración apelaría a su respectiva tabla de verdad en términos de las condiciones de verdad de las oraciones elementales que la constituyen y la condición de verdad de las oraciones elementales estaría dada en función de la ocurrencia de determinadas combinaciones de objetos en el mundo (los hechos). Los que no creen en el carácter explicativo de la noción de hecho podrían afirmar que dos oraciones tienen las mismas condiciones de verdad siempre y cuando los objetos sobre los cuales hablan fueran satisfechos por los mismos predicados. Tal formulación tendría que ser debidamente modificada para incluir todas las oraciones que no sean de la forma función-argumento. Este segundo criterio estaría dentro del espíritu de la propuesta tarskiana (Tarski (1933)). Sin embargo, este segundo criterio no serviría a Beaney para afirmar que los dos lados de (PH) tienen las mismas condiciones de verdad. La mejor alternativa sería mantener que estos dos enunciados, aunque parezcan bastante diferentes entre sí, después de una cuidadosa análisis son tornados verdaderos por los mismos hechos.

⁵ La caja en este contexto denota el operador de necesidad *de dicto*. Este tercer criterio de identidad de condiciones de verdad se aproxima más al sugerido por Wittgenstein que al recomendado por Tarski. Lo vamos a usar aquí porque Beaney lo sugiere en el capítulo 8 de su libro y también porque es el más adecuado a la idea de contenido lógico.

equivalentes. En el ejemplo presente —las oraciones (a) y (b)— esto requeriría la corrección del esquema siguiente:

$$(E_{\text{pesado-ligero}}) \quad (x \text{ es más pesado que } y \leftrightarrow y \text{ es más ligero que } x)$$

Pero, el que adoptemos ($E_{\text{pesado-ligero}}$) se justifica como una convención de nuestro lenguaje. Ahora bien, ¿valdrá lo mismo para los dos lados de (PH)? Habría, me parece, solamente dos alternativas: o bien (1) ya se hablaba de identidad entre números y de coextensionalidad entre conceptos antes que se sugiriera (PH)⁶, o bien (2) no se tenía un criterio de identidad de números independiente de (PH). En el primer caso, el que estos dos lados tengan el mismo contenido lógico es algo que se descubre a partir de una prueba o de algún otro procedimiento de justificación —por ejemplo, un análisis de los conceptos en cuestión. En el segundo caso, la identidad de contenido lógico es fruto de una estipulación. Este último caso ciertamente no nos interesa porque, como ya lo mencionamos, para las definiciones estipulativas no se plantea la paradoja del análisis.

En el caso (1), ¿cómo entonces se podría justificar que los dos lados de (PH) sean lógicamente equivalentes? Una prueba requeriría la existencia de una teoría a partir de la cual pudiéramos deducir la necesidad de (PH). Frege mismo en los *Grundlagen* había deducido (PH) a partir de (DEN) (Frege 1884, §§ 68-73). La pregunta con la que empezamos este párrafo se transfiere entonces a (DEN): el que justifica la equivalencia lógica de sus dos lados⁷ no puede ser una estipulación dado que estamos siguiendo a Frege al considerarla como una definición analítica. Tampoco es una prueba. Quizás se podría decir que la equivalencia se justifica como una determinada manera de analizar el concepto *el número que corresponde al concepto F*. Pero, si esta es la explicación de la corrección de las definiciones (PH) y (DEN), entonces ¿cómo sabemos que estos análisis son correctos? Frege talvez hubiese respondido: lo sabemos porque el *definiens* de estas definiciones preservan todas las propiedades aritméticas de los números. Es verdad que las extensiones de los conceptos respetan dichas propiedades, pero también es verdad que ellas atribuyen a los números nuevas propiedades, las cuales no habíamos asociado con ellos antes de dichas definiciones: por ejemplo, las extensiones pueden estar contenidas unas en las otras. Si esto es así, ¿cómo saber si el nuevo concepto de número con sus nuevas propiedades es una extensión correcta del anterior concepto de número?

Además de la identidad de contenido lógico, tendríamos también que mostrar que sus respectivos contenidos cognitivos son distintos. Quizás el mejor criterio de identidad de contenido cognitivo sea el que Frege mismo ha sugerido en “*Sinn und Bedeutung*” (Frege (1892)): dos expresiones tienen el mismo contenido cognitivo siempre y cuando el intercambio de una por la otra en cualquier oración no altera la informativi-

⁶ Esto significa que ya había un criterio de identidad entre números distinto de la existencia de una correspondencia biunívoca entre las extensiones de los conceptos asociados a ellos.

⁷ Equivalencia lógica en este caso querría decir intersubstitutividad preservando la validez de todas las inferencias en que participan.

dad de la oración. En sintonía con tal criterio, podríamos explicar la diferencia cognitiva entre los lados de (PH) y (DEN) sugiriendo que alguien podría al mismo tiempo creer que hay una correspondencia uno a uno entre los objetos que caen bajo dos conceptos distintos y que los números que convienen a estos conceptos no son idénticos; además, alguien también podría al mismo tiempo creer que el número que conviene a un concepto F tiene una cierta propiedad aritmética y que la extensión del concepto *equinúmero a F* no tiene esta propiedad. Aunque no sea para nada trivial que deba existir una diferencia cognitiva entre ambos lados de (PH) y (DEN), me parece más fácil explicarla que justificar la identidad de contenido lógico entre los mismos y por lo tanto la corrección de estas definiciones sin apelar a algún tipo de estipulación. No obstante, la idea de que esta identidad de contenido se apoya en una estipulación es claramente incompatible con la fertilidad del análisis.

5. *El sentido de una oración y sus diversas particiones*

En un texto del inicio de los 90,⁸ Dummett sugiere una explicación fregeana de la fertilidad de la inferencia deductiva que podría quizás ser usada para dar cuenta de la informatividad del análisis. Una dificultad análoga a la de la paradoja del análisis es la que Dummett ha llamado el problema de la justificación de la deducción. Según él⁹, dicho problema es el de ofrecer una explicación filosófica de la deducción que sea capaz de conciliar su validez con su informatividad. Veamos como lo expresa en el texto mencionado:

An enquiry of this kind into the justification of deduction is subject to a severe constraint. Once the justification of deductive inference is perceived as philosophically problematic at all, the temptation to which most philosophers succumb is to offer too strong a justification: to say, for instance, that when we recognize the premises of a valid inference as true, we have thereby already recognized the truth of the conclusion. If that were correct, all that deductive inference could accomplish would be to render explicit knowledge that we already possessed: mathematics would be merely a matter of getting things down on paper, since, as soon as we had acknowledged the truth of the axioms of a mathematical theory, we should thereby know all the theorems. Obviously, this is nonsense: deductive reasoning has here been justified at the expense of its power to extend our knowledge and hence of any genuine utility. (Dummett 1991b, p. 195.)

La dificultad en este caso consiste en que la validez parece exigir que la conclusión de una deducción correcta no añada ninguna información nueva a aquella ya contenida en sus respectivas premisas, mientras que la informatividad parece exigir justamente lo opuesto, a saber: que hacer la transición nos da a conocer algo nuevo. Como afirma Dummett, muchos filósofos han negado la informatividad de la deducción. Kant es tal vez el ejemplo más ilustrativo de este grupo de filósofos, pues, para él, los juicios e inferencias lógicas son meramente explicativos —esto es, no amplían nuestro conocimiento. Sobre este punto, y sobre la fertilidad del análisis en general y de las definiciones analíticas en particular, el desacuerdo entre Kant y Frege es total. Para este último,

⁸ *The Logical Basis of Metaphysics* (Dummett (1991b)).

⁹ La formulación de Dummett del problema de la justificación de la deducción aparece por primera vez en Dummett (1973) pero también en Dummett 1991b, capítulo 8.

es absolutamente claro que la deducción y las definiciones analíticas son informativas¹⁰. Con relación a la deducción, no es difícil convencerse de la tesis fregeana si uno examina la numerosa lista de pruebas matemáticas que nos han llevado a tantos resultados completamente sorprendentes. Con respecto a las definiciones, si consideramos también los innumerables casos de análisis de conceptos del sentido común proporcionados por la ciencia moderna —por ejemplo, el concepto de átomo— nos vemos forzados a darle la razón a Frege.

¿Cómo entonces explica Frege, según Dummett, la fertilidad de la deducción? Para Frege, la comprensión de una nueva prueba matemática siempre requiere un acto de formación de nuevos conceptos por medio del proceso de partición de los contenidos de las proposiciones que constituyen los diversos pasos de la prueba en sus contenidos constituyentes. Digamos que el acto de partir el contenido de cada uno de estos pasos de ciertas maneras permite mostrar la corrección o validez de la prueba, pero también permite discernir nuevos patrones y contenidos sub-proposicionales.

Ilustremos esto con la famosa prueba de Euler de que no se puede cruzar los siete puentes de la ciudad de Königsberg en el siglo XVIII usando una ruta ininterrumpida sin cruzar por lo menos un puente dos veces¹¹. Para poder llevar a cabo la prueba sin enumerar el número finito de rutas por los siete puentes y mostrar para cada ruta que no es posible cruzar los siete de manera ininterrumpida sin cruzar por lo menos uno por lo menos dos veces, Euler descubrió un método de codificación de las rutas posibles que muestra de una manera bastante simple la imposibilidad mencionada. Si uno tuviera convicciones verificacionistas, podría argumentar que la prueba de Euler ha creado un nuevo concepto de ruta ininterrumpida a través de n puentes entre dos o más regiones. Esto porque si el contenido del teorema de Euler está dado por los métodos para su verificación y la prueba revela el descubrimiento de un nuevo método para establecer la verdad del teorema, entonces el concepto *ruta ininterrumpida por los siete puentes de Königsberg* no es el mismo antes y después de la prueba. Sin embargo, no todo verificacionista está obligado a aceptar que una prueba matemática es un instrumento del cambio conceptual; solamente un verificacionista holista lo estaría¹².

¹⁰ Lo afirma explícitamente en Frege 1884, § 88.

¹¹ Para tener una idea de la disposición de los puentes, ver la figura 1. Los siete puentes están representados por minúsculas y las regiones que conectan están representadas por mayúsculas.

¹² Dummett hace explícita esta consecuencia, en su opinión incómoda, del holismo verificacionista en Dummett (1973) y Dummett 1991b, capítulo 10. Su propia posición, el molecularismo verificacionista, no está sujeta a esta supuesta dificultad una vez que toma como constitutivo del contenido de un enunciado únicamente su método canónico de verificación; todos los otros métodos de verificación son colaterales. Sobre la distinción constitutivo-colateral, ver Dummett 1991b, capítulo 10. Así, por ejemplo, la enumeración de todas las rutas ininterrumpidas posibles por los siete puentes, y la verificación para cada una de ellas de que contienen un número de puentes mayor que siete, es el método canónico para establecer la verdad del teorema de Euler. Dicho método ya existía antes de la prueba y por lo tanto la prueba no ha cambiado el concepto en cuestión.

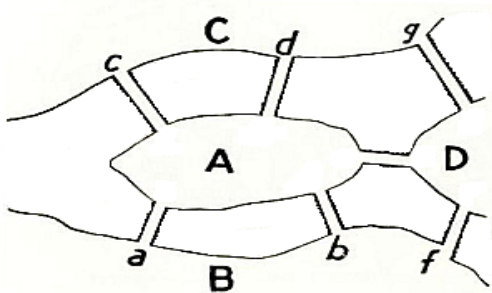


Fig. 1

Pero busquemos un mejor ejemplo de prueba matemática que esté intrínsecamente vinculada al cambio conceptual; tomemos la prueba diagonal de Cantor. Es posible afirmar que al probar que la cardinalidad del conjunto de los reales es distinta de la cardinalidad de los racionales, Cantor ha cambiado el concepto *número real*. Pues no había un criterio que permitiera contestar la pregunta sobre si los reales son más numerosos que los racionales antes de la prueba de Cantor. Un verificacionista molecularista también estaría forzado a aceptar que no había un método canónico de verificación de la equinumerosidad de los dos conjuntos antes de la prueba de Cantor. Obviamente, si uno adopta una posición platonista con respecto a los enunciados matemáticos no tendría porque endosar la idea que hemos intentado ilustrar; tal platonista diría que el contenido de un enunciado, y en particular de uno matemático, tiene que ver con condiciones de verdad y no con condiciones de verificación; las primeras se pueden explicar sin apelar a las últimas. Pero ¿podría un platonista como Frege aspirar a explicar la fertilidad de la deducción si para él la deducción aparentemente no produce cambio de contenido?

El problema con la explicación de Frege de la fertilidad de la deducción es que parece hacer más difícil la comprensión de la compatibilidad entre la validez y la fertilidad de la deducción. Pues, de acuerdo con los principios que adopta, para dar cuenta de la objetividad de la validez lógica, es necesario suponer que los contenidos proposicionales (los pensamientos) a ser evaluados como constituyentes de una inferencia válida o inválida existen independientemente de nuestros actos de aprehensión de estos contenidos. Sin embargo, su explicación de la informatividad de la deducción requiere que el descubrimiento de una nueva prueba sea creativo en el sentido de que en él se forman nuevos contenidos conceptuales. Se podría entonces preguntar: si los contenidos de las oraciones matemáticas ya están dados de una vez y para siempre, entonces ¿cómo es posible que el procedimiento de prueba matemática sea responsable por la creación de nuevos contenidos? Una posible respuesta¹³ a esta dificultad sería decir

¹³ La ensaya Dummett en Dummett (1987) aprovechando la afirmación de Frege en *Begriffsschrift* (Frege 1879, § 9) de que las particiones posibles de una oración en expresiones sub-oracionales —nombres, expresiones conceptuales, etc.— no tienen nada que ver con el contenido conceptual de la oración.

que la prueba realmente no crea contenidos nuevos sino que nos lleva a ver los mismos contenidos oracionales de una manera novedosa; de ahí la idea de que uno descubre nuevos patrones en contenidos ya existentes.

La idea es interesante pero no elimina la aparente inconsistencia con los principios de la filosofía fregeana y además me parece metafísicamente más costosa que la alternativa presentada en la sección 7. Sobre este último, argumentaremos a favor de ello al final de la referida sección. La idea en discusión es inconsistente con la filosofía de Frege porque principalmente a partir del “*Sinn und Bedeutung*” —aunque también en su filosofía previa a este artículo— no es posible explicar la diferencia cognitiva entre las oraciones antes y después de la prueba sin apelar a un elemento objetivo de contenido o recorriendo a una mera diferencia en el arreglo de los símbolos en la prueba. Además, si es verdad que Frege no acepta la posibilidad de la aprehensión parcial de aspectos del contenido, como afirma Dummett¹⁴, entonces ¿cómo se podría entender que este aspecto —estos patrones— no haya sido capturado una vez que la oración para la cual se buscará una prueba ha sido comprendida?

En segundo lugar, si aceptamos la hipótesis de la aprehensión parcial de contenidos y de que los patrones introducidos en una prueba son aspectos de tal contenido, aunque no siempre completamente discernibles, podríamos decir que la informatividad de la deducción se debe a limitaciones de nuestra aprehensión de contenidos ya existentes. Examinemos entonces si la idea en cuestión nos sirve para resolver la paradoja del análisis.

En el fondo, ella es muy semejante a la propuesta de Beaney; la única diferencia es que las distintas particiones de un contenido proposicional no son consideradas como elementos de contenido. Con relación a la corrección, hay problemas asociados con la hipótesis de que una definición analítica —(PH), por ejemplo— preserva completamente el contenido del *definiendum*; discutiremos estos problemas en la sección siguiente. Con relación a la informatividad, el problema es que si la diferencia cognitiva entre *definiens* y *definiendum* en una definición analítica no se explica en términos de una diferencia de contenidos objetivos de conocimiento, entonces lo que da cuenta de la primera diferencia debe ser una diferencia subjetiva —una diferencia de estados de aprehensión. Finalmente, el argumento que me parece decisivo contra esta propuesta es un ejemplo de inferencia a la mejor explicación¹⁵.

6. Grados de aprehensión del contenido

Vale la pena quizás examinar una sugerencia semejante a la anterior para enfrentarse a la dificultad expresada por la paradoja. Esto significa retomar la idea de que mientras los contenidos del *definiendum* y *definiens* son idénticos la diferencia cognitiva entre los dos reside en que la comprensión pre-teórica de tal contenido es incompleta en com-

Esto quiere decir que los contenidos correspondientes a estas expresiones sub-oracionales no son parte del contenido de la oración completa.

¹⁴ En Dummett 1987, p. 51. Este artículo se llama “Frege and the paradox of analysis”.

¹⁵ Presentado al final de la sección 7.

paración con la comprensión permitida por el análisis. La informatividad de una definición analítica residiría entonces en los diversos grados de captación de los contenidos conceptuales. Michael Dummett hace esta sugerencia al final de su artículo sobre la paradoja del análisis (Dummett (1987)). Para ponerla en términos fregeanos tendríamos que decir: el contenido conceptual de los dos lados de las definiciones analíticas es idéntico; lo que cambia en la transición del *definiendum* al *definiens* es nuestra comprensión de tal contenido.

El problema con esta propuesta es cómo explicar que una identidad definicional analítica sea informativa, ya que los contenidos asociados a sus dos lados son idénticos. Todo va a depender de como se concibe la captación del contenido de una expresión lingüística. Para Frege, según Dummett, sería inconcebible que los contenidos sean idénticos y nosotros no supiéramos inmediatamente que lo son. Además, él tal vez no tuviera este problema en los *Begriffsschrift* porque las definiciones que presenta en este libro son todas estipulativas. Pero de todas maneras tenía el problema de como una identidad verdadera puede ser informativa. Su teoría de la identidad de esta época aparentemente resuelve esta dificultad apelando a la idea de que la diferencia entre las expresiones que aparecen en cada uno de los lados de las oraciones de identidad dan cuenta de tal informatividad. Este expediente finalmente no resuelve el problema, según el mismo Frege, porque la relación entre un símbolo y la cosa que designa es en una cierta medida arbitraria y, por lo tanto, no puede explicar el que haya una diferencia de valor cognitivo objetiva, y no solamente de estados subjetivos entre los dos lados de una oración de identidad verdadera no tautológica.

Una vez que se acepta la posibilidad de la aprehensión incompleta de contenidos lingüísticos, tendríamos que justificar la hipótesis de que el cambio proporcionado por una definición analítica se debe a los diferentes grados de comprensión del mismo contenido lingüístico. Sin embargo, dado que las expresiones que aparecen en cada uno de los lados de una definición analítica son tan distintas, muy probablemente sería más fácil justificar la hipótesis (1) que los contenidos asociados a tales expresiones no son exactamente idénticos que la hipótesis rival (la de que (2) estos contenidos son idénticos a pesar de que están sujetos a grados de comprensión diferentes en momentos distintos y para distintos sujetos). Aquí creo que podríamos apelar para justificar la hipótesis (1) a un criterio de identidad del contenido conceptual del *definiens* y *definiendum* que Christopher Peacocke toma de Frege: dos expresiones tienen el mismo contenido conceptual si su intersustitución en cualquier oración no cambia el valor cognitivo de la oración en cuestión (Peacocke 1992, capítulo 1).

Tomemos a (PH) como ejemplo: su lado izquierdo habla de una identidad entre los cardinales correspondientes a dos conceptos, mientras que su lado derecho habla de la existencia de una relación biunívoca entre los miembros de sus respectivas extensiones. Si no vamos a interpretar a (PH) como una mera estipulación, entonces ¿no sería más convincente afirmar que los contenidos conceptuales de cada uno de sus lados son distintos? Lo mismo valdría para (DEN). Alguien que ignorara tales definiciones y a quien se las presentara por primera vez aprendería —de acuerdo con el criterio pro-

puesto— algo nuevo; esto también se podría explicar en términos de un cambio en su concepto de número.

Insisto en que el criterio de identidad del contenido conceptual de Frege-Peacocke no nos brinda un argumento decisivo contra la propuesta de la aprehensión incompleta de los conceptos; se trata simplemente de un argumento a favor de la mayor plausibilidad de la hipótesis de que las definiciones analíticas operan una modificación del contenido de sus respectivos *definienda*. El ya mencionado argumento decisivo aparece solamente al final de la sección 7.

7. *Los conceptos abiertos*

Una propuesta de inspiración wittgensteiniana es abandonar la idea de los contenidos conceptuales completamente constituidos de una vez y para siempre en favor de la hipótesis de que nuestros conceptos cambian como resultado de procedimientos como pruebas matemáticas, análisis conceptuales, aceptación de una nueva teoría científica, etc. La sugerencia de Wittgenstein sobre una prueba matemática, por ejemplo, es que ella es capaz de modificar nuestros conceptos, en el sentido de que introduce un nuevo concepto, lo cual extiende en una determinada dirección su correspondiente concepto anterior a la prueba¹⁶. Esto supuestamente se daría por la incorporación de un nuevo criterio de aplicación del concepto. Uno de los muchos pasajes de las *Observaciones sobre los fundamentos de las matemáticas* (Wittgenstein (1978)) que corroboran este punto es el siguiente:

When I said that a proof introduces a new concept, I meant something like: the proof puts a new paradigm among the paradigms of the language; like when someone mixes a special reddish blue, somehow settles the special mixture of the colours and gives it a name.

But even if we are inclined to call a proof such a new paradigm —what is the exact similarity of the proof to such a concept-model?

One would like to say: the proof changes the grammar of our language, changes our concepts. It makes new connexions, and it creates the concept of these connexions. (It does not establish that they are there; they do not exist until it makes them.) (Wittgenstein 1978, parte III, § 31.)

Si tomamos nuevamente como ilustración la prueba diagonal de Cantor, podemos afirmar —utilizando la sugerencia de Wittgenstein— que ha cambiado el concepto de número real en el sentido de que antes no teníamos un criterio para decidir si el conjunto de los reales tiene el mismo tamaño que el conjunto de los números naturales. La prueba de Cantor nos ofrece este criterio y por esto extiende el concepto de número real en el sentido de que la prueba nos permite dar una respuesta a la cuestión de cual es la relación entre la cardinalidad de los reales y la de los racionales, cuestión que antes de la prueba estaba abierta.

Vamos a llamar esta nueva propuesta de concepción de los conceptos abiertos. Ella representa una ruptura con la idea fregeana de que nuestros mejores conceptos — los conceptos científicos— deben tener sus fronteras bien determinadas; debe ser po-

¹⁶ Esto aparece en varios pasajes de Wittgenstein (1978). Ver, por ejemplo, Wittgenstein 1978, III, §§ 24, 26, 29, 31, 41, 46; IV, 29.

sible decidir para cualquier objeto si él está o no en la extensión del concepto. Veamos como Wittgenstein describe su propuesta en las *Investigaciones*:

Why do we call something a “number”? Well, perhaps because it has a —direct— relationship with several things that have hitherto been called number; and this can be said to give it an indirect relationship to other things we call the same name. And we extend our concept of number as in spinning a thread we twist fibre on fibre. And the strength of the thread does not reside in the fact that some one fibre runs through its whole length, but in the overlapping of many fibres.

(...) For I can give the concept ‘number’ rigid limits in this way, that is, use the word “number” for a rigidly limited concept, but I can also use it so that the extension of the concept is not closed by a frontier. And this is how we do use the word “game”. For how is the concept of a game bounded? What still counts as a game and what no longer does? Can you give the boundary? No. You can draw one; for none has so far been drawn. (Wittgenstein 1953, §§ 67-8.)

Si aceptamos que los conceptos son abiertos, también en el caso de los objetos para los cuales tiene sentido la pregunta sobre si el predicado asociado al concepto en cuestión se aplica o no a dicho objeto¹⁷, es posible que no tengamos ninguna idea de lo que sería una respuesta correcta o incorrecta a ella. Además, el que los conceptos sean abiertos significa no solamente que sus extensiones son abiertas (o sea, de que pueden ser modificadas por la introducción de un nuevo criterio) sino que también sus intensiones son abiertas en el sentido de que nuevas notas o criterios pueden siempre ser incorporados a ellas por los mecanismos arriba mencionados — definiciones analíticas, pruebas matemáticas, nuevas convenciones lingüísticas, etc..

La aceptación de los conceptos abiertos implica también que toda modificación de la extensión de un concepto requiere una modificación de intensión, pero ni toda modificación de intensión debe estar asociada a una modificación de su respectiva extensión. Por ejemplo, en el caso de la prueba de Euler sobre los puentes de Königsberg ciertamente no hay cambio de extensión, solamente de intensión. Pues ya había un método mecánico para decidir sobre la posibilidad de cruzar de manera non-interrumpida todos los siete puentes de Königsberg sin cruzar ninguno dos veces¹⁸. Lo que la prueba nos ofrece es un nuevo método más elegante y menos trabajoso¹⁹.

¹⁷ Esto significa que, aún cuando restringimos el dominio de objetos para los cuales tiene sentido afirmar que un determinado concepto se aplica (por ejemplo, no tiene sentido aplicar conceptos de color a los números), tal concepto restringido puede muy bien ser abierto. El caso del concepto *número primo* antes de la famosa prueba de Euclides de la infinitud de los primos sería un ejemplo: aunque el predicado ‘finito’ y su negación sean perfectamente aplicables a la totalidad de los primos, el teórico de los conceptos abiertos podría mantener que la prueba de Euclides ha extendido el concepto *número primo*.

¹⁸ Como el número de puentes es finito también lo es el número de rutas ininterrumpidas posibles; tratase de hacer una lista de todas las rutas posibles y examinarlas una por una.

¹⁹ Como dijimos en la sección 5 y particularmente en la nota 12, ni todos se verían forzados a admitir que la prueba de Euler produce un cambio de intensión de los conceptos involucrados en ella. Dummett, por ejemplo, diría que el contenido del enunciado de Euler está constituido por su método canónico de verificación que ya existía antes de la prueba, la cual, por lo tanto, no modifica tal contenido y sus constituyentes. No obstante, Wittgenstein, quien adopta en su fase madura alguna versión del holismo semántico, tendría que aceptar que la prueba de Euler, por introducir un nuevo criterio de decisión para la cuestión de si es posible cruzar todos los puentes ininterrumpidamente sin cruzar ninguno dos veces, cambia la intensión del concepto *ruta ininterrumpida por los siete puentes de Königsberg*. La

Por otro lado, en la prueba de Cantor sería plausible afirmar que la prueba ha producido un cambio de intensión y de extensión en el concepto *cardinalidad de los números reales*. El cambio de intensión se debe a que la prueba provee un criterio para comparar la cardinalidad de los reales con la de los racionales; a su vez, el cambio de extensión se da en la medida en que la prueba nos permite saber que la totalidad de los racionales no se puede subsumir bajo este concepto.

La propuesta es entonces utilizar las dos ideas wittgensteinianas —(a) de que los conceptos que usamos son abiertos y (b) de que las pruebas matemáticas modifican los conceptos matemáticos— para disolver la paradoja del análisis. Para esto es necesario extender (b) para incluir las definiciones analíticas. Nos quedaríamos con (b’): las definiciones analíticas cambian los conceptos matemáticos²⁰; pueden cambiar su intensión y extensión o simplemente su intensión. Tomemos nuevamente a (PH) como ejemplo. Según la concepción de los conceptos abiertos, (PH) nos proporciona un nuevo método para decidir cuando dos números cardinales correspondientes a dos conceptos distintos son idénticos. Si aceptamos a (PH) podemos afirmar que el cardinal correspondiente al concepto *número par* es idéntico al cardinal correspondiente al concepto *número natural*. Podríamos afirmar que (PH) cambia también la extensión del concepto *número cardinal* de tal modo que incluye en ella los cardinales correspondientes a conceptos como *número par*, *número impar*, *número primo*, etc.

Contra la propuesta de los conceptos abiertos se podría objetar que su explicación de la informatividad del análisis torna imposible dar cuenta de su corrección. Pues si el análisis puede modificar contenidos entonces ya nos hemos distanciado de la intuición de que el análisis aclara contenidos ya existentes²¹. La objeción viene de Dummett²² y

idea aquí es que todas las normas o criterios asociados con la correcta aplicación de un concepto son constitutivos del mismo concepto. Esta es precisamente, según lo interpreto, la opinión de Wittgenstein, aunque, hasta donde yo sé, él nunca se ha pronunciado sobre la prueba de Euler.

²⁰ La idea de que las definiciones analíticas, así como las pruebas matemáticas, extienden nuestras prácticas lingüísticas podría ser considerada sospechosa por quienes desean establecer una distinción entre, por un lado, tales prácticas y sus posibles extensiones y, por otro lado, su descripción correcta o incorrecta. Según ellos, tal distinción es consistente con la tesis wittgensteiniana de que las pruebas matemáticas modifican nuestro lenguaje pero entra en conflicto con la extensión de esta tesis para las definiciones analíticas. Esto porque, aún según ellos, estas definiciones se sitúan a nivel de la descripción de la práctica mientras que las pruebas matemáticas están en el nivel de la práctica misma. Así, si tomamos como ejemplo la definición clásica de conocimiento estaríamos autorizados a decir que es una descripción correcta o equivocada de nuestra práctica epistémica; pero no deberíamos afirmar que es una propuesta de modificación o extensión de dicha práctica. La objeción a la propuesta de los conceptos abiertos que está por detrás de la mencionada distinción no la voy a responder insistiendo en que no se puede distinguir entre una práctica y su descripción. Por supuesto que podemos trazar tal distinción. El punto de discordia entre el objetor imaginario y la propuesta en cuestión es si una descripción de una práctica que toma la forma de una definición analítica puede o no extender dicha práctica. Yo sostengo que, al dar la respuesta negativa a esta última cuestión, el objetor defiende, por lo menos con relación al análisis conceptual, alguna versión de la propuesta de la aprehensión incompleta del contenido discutida en la sección 6 y a continuación. El argumento decisivo contra esta última propuesta aparecerá, como lo he prometido, al final de esta sección.

²¹ Lo mismo se podría objetar a las llamadas definiciones explicativas (*explications*) propuestas por Whitehead-Russell (Whitehead-Russell 1910-13, introducción), Tarski (Tarski 1933, introducción y parte I)

en otras palabras busca descalificar cualquier idea de análisis que no preserve contenidos. La única alternativa a ella me parece ser la ofrecida por la concepción de la aprehensión incompleta del contenido. Pero antes de compararlas con respecto a sus logros y fallas vamos a buscar entender mejor la preocupación de Dummett por el cambio de contenido como resultado del análisis.

Tomemos para empezar el caso de la deducción válida. Según Dummett, si una deducción válida fuera capaz de modificar los contenidos conceptuales involucrados en ella, entonces sería posible encontrar un contra-ejemplo a lo que afirma un determinado teorema matemático, que, no obstante, cae bajo un concepto constituyente del teorema, pero anterior a la prueba. Ilustremos esta posibilidad con el ejemplo del teorema geométrico que afirma que la intersección entre un cilindro y un plano es una elipse²³. De acuerdo con Dummett, si el descubrimiento de la prueba de este teorema hubiera cambiado el concepto de elipse, entonces hubiera sido posible encontrar una intersección entre un cilindro y un plano que no fuera una elipse según el concepto de elipse anterior a la prueba. Si Dummett tuviera razón, tendríamos que abandonar la concepción de los conceptos abiertos porque habría conflictos en la aplicación a ciertos objetos del concepto anterior a una prueba y de su contraparte después de la misma.

La extensión de esta dificultad al caso de las definiciones analíticas es inmediata. La idea aquí es que si una definición analítica pudiera cambiar los conceptos a ser definidos entonces estaría presente la posibilidad de un conflicto entre las aplicaciones a determinados objetos del concepto pre-analítico y de su contraparte analizada. Si pensamos por ejemplo en la definición fregeana explícita de número (DEN), quizás pudiéramos encontrar que algo es un número de acuerdo con el concepto fregeano de número —por ejemplo, que es la extensión del concepto, digamos, *equinúmero al concepto x es un planeta del sistema solar*— y que sin embargo no es un número en el sentido pre-analítico —anterior a (DEN).

El problema es entonces que el cambio conceptual producido por el análisis tenga como resultado un conflicto entre las aplicaciones a ciertos objetos de los conceptos a ser definidos y las aplicaciones a estos mismos objetos de sus respectivas definiciones analíticas. Pues bien: la solución consiste en imponer como condición de corrección

y Carnap (por ejemplo, en Carnap 1947, pp. 7-8). La idea es que el *definiens* de una definición explicativa reemplaza un concepto familiar e impreciso (el *definiendum*) por otro que satisface los requisitos de precisión y científicidad de su respectiva disciplina. Russell ejemplifica esto con la definición explicativa del número 3 como la clase de todas las clases de triadas. Con dicha definición, sustituimos el concepto vago de 3 que teníamos antes de Frege por un concepto bastante más preciso a partir de las teorías axiomáticas de clases. Otro ejemplo es la definición ofrecida por Tarski del concepto pre-teórico de verdad. Las definiciones explicativas así como la propuesta de los conceptos abiertos requieren un cambio de contenido en la transición del *definiendum* al *definiens*.

²² Se la puede extraer por ejemplo de Dummett (1987). Él tiene una objeción análoga con respecto al intento de explicar la corrección o validez de la deducción utilizando la propuesta de los conceptos abiertos (Ver, por ejemplo, Dummett (1959) y Dummett (1994)).

²³ El ejemplo es del propio Dummett.

para una definición analítica que no haya tal conflicto entre los conceptos pre-analíticos y sus respectivos análisis.

Vamos a mostrar que la concepción de los conceptos abiertos satisface a esta condición. Aprovechemos para esto el ejemplo geométrico de la intersección de un cilindro con un plan. Sea entonces una determinada elipse construida como intersección entre un plan y un cilindro dados. Tal objeto matemático —la intersección entre el cilindro y el plan— ciertamente cae bajo el concepto *elipse_{PP}*²⁴ y si el teórico de los conceptos abiertos tiene razón no hay una respuesta antes de la prueba a la cuestión de si el concepto *elipse_{AP}*²⁵ se aplica a él. Esto es lo que significa decir que la extensión de este concepto está abierta con respecto a dicha cuestión; digamos que la frontera asociada a tal extensión es localmente vaga. La prueba la torna localmente precisa.

El hablar de vaguedad local puede interpretarse en el sentido de que la propuesta de los conceptos abiertos deba coincidir con la idea de que todos los conceptos no-científicos son vagos. Hay por lo menos dos razones para evitar tal interpretación. La primera es que la tesis de los conceptos abiertos podría²⁶ ser vista como de mayor alcance en el sentido de que no solamente los conceptos no-científicos sino también los científicos y en particular los matemáticos son considerados como abiertos²⁷. La segunda razón para evitar la identificación entre conceptos abiertos y el fenómeno de la vaguedad es que mientras que, para el teórico de los primeros su carácter de apertura es un fenómeno netamente semántico, para muchos teóricos de la vaguedad este fenómeno se debe interpretar como meramente epistémico²⁸. Hecha esta aclaración, podemos regresar a la defensa de la ausencia de conflicto entre las extensiones de los conceptos *definiendum* y *definiens* de una definición analítica.

²⁴ El concepto *elipse* posterior a la prueba.

²⁵ El concepto de elipse anterior a la prueba.

²⁶ El 'podría' intenta contemplar la posibilidad de que un teórico de la vaguedad decida tratar los conceptos matemáticos y científicos como esencialmente vagos. En este caso, la tesis de los conceptos abiertos no tendría mayor alcance que la de la vaguedad. Sin embargo, normalmente el fenómeno de la vaguedad se ha asociado no a los conceptos de un lenguaje científico debidamente regimentado sino a los conceptos del lenguaje natural.

²⁷ Esta es también una buena razón para tratar separadamente la propuesta de los conceptos abiertos y las definiciones explicativas de Russell, Carnap y Tarski. Estos tres pensadores buscan con sus explicaciones sustituir un concepto vago por un concepto preciso; para Wittgenstein, al contrario, el *analisis* también es abierto. Además, hasta donde yo conozco, ninguno de los tres intenta dar una solución a la paradoja del análisis.

²⁸ El caso paradigmático es el de Timothy Williamson en Williamson (1996). Conviene resaltar respecto a la mencionada segunda razón para no identificar el fenómeno de los conceptos abiertos con la vaguedad que el hecho de que se han propuesto análisis metafísicos (objetos vagos), epistémicos (grados de ignorancia sobre las fronteras precisas de los conceptos) y semánticos (conceptos sin fronteras precisas) de la vaguedad ya es de por sí suficiente para apartar la vaguedad de la apertura de los conceptos, que es algo esencialmente semántico. Si la única explicación de la vaguedad fuera semántica o mismo si dicha explicación fuera la más aceptada, yo no tendría ningún problema en retirar mi segunda razón para evitar identificar los conceptos abiertos con la vaguedad. Como el estado de la cuestión con relación a la vaguedad difiere bastante, en mi opinión, de la situación hipotética mencionada, opté por mantenerla.

De la misma manera, de acuerdo con la concepción de los conceptos abiertos antes de la aceptación de la definición explícita de número (DEN) la extensión del concepto *cardinal asociado al concepto F* contenía una vaguedad local con relación a si tal cardinal es idéntico a la extensión del concepto *equinúmero a F* o no. Seguramente hay casos en que una prueba matemática o una definición analítica no cambia la extensión de sus respectivos conceptos. Este es el caso de la prueba de Euler sobre los puentes de Königsberg. Según el defensor de los conceptos abiertos, este seguramente no es el caso de (PH); dicha definición cambia la extensión del concepto *número cardinal* al extender las fronteras de este concepto de tal manera que incluye todos los cardinales infinitos equinúmeros a los naturales. En este segundo caso, se cambian extensión y intensidad del concepto.

Lo que seguramente no puede pasar si uno adopta la concepción de los conceptos abiertos es que una definición analítica correcta modifique localmente la extensión de un concepto de tal manera que un objeto (Q) se encuentre en la extensión del concepto pré-analítico y al mismo tiempo no se encuentre en la extensión del concepto analizado y viceversa. Esta es la ya mencionada restricción sobre los análisis conceptuales que preservaría su corrección. Tal restricción es perfectamente compatible con el caso en que Q pertenece a la extensión de un concepto analizado, aunque no sea decidible²⁹ la cuestión de si Q está en la extensión de su correspondiente concepto pré-analítico.

Una otra manera de poner la restricción sobre las posibles extensiones de un concepto a ser analizado sería la siguiente: las diferencias entre el concepto pré-analítico y su contraparte analizada no deben ser tales que permitan afirmaciones contradictorias sobre la pertenencia de cualquier objeto a sus respectivas extensiones. Esto significa que habrá varios análisis correctos —en el sentido que respetan dicha restricción— de un determinado concepto³⁰. Seguramente hemos perdido la noción clásica de corrección según la cual cada concepto tiene solamente un análisis correcto, lo cual ya está implícito en la práctica anterior al análisis. Pero tal noción presupone la idea de que los contenidos conceptuales mismos no cambian, sino únicamente nuestra comprensión de ellos. Sin embargo, se requiere un argumento para aceptar dicha idea. Si ella fuera la

²⁹ El sentido de ‘decidible’ aquí no es el de la metalógica según el cual la decidibilidad está ligada a la existencia de un algoritmo finito que permite responder afirmativa o negativamente una cuestión. Por ejemplo, un predicado es decidible en este sentido si existe un algoritmo finito que permite responder negativa o positivamente para cualquier objeto de un determinado dominio si el predicado en cuestión se aplica a él. Nuestro sentido de ‘decidible’ no es tan preciso; en el sentido que nos interesa, cualquier hablante a quien se puede atribuir el concepto en cuestión sabría si él se aplica o no a Q .

³⁰ Seguramente, habría que decir algo más sobre que es lo que torna correctos uno o varios análisis conceptuales desde la perspectiva de los conceptos abiertos, además de que debe satisfacer a la restricción mencionada. Esta es precisamente la misma cuestión que aparece en las observaciones sobre el seguimiento de reglas lingüísticas de las *Investigaciones* (Wittgenstein 1953, §§ 138-243): la cuestión de que es lo que hace correcta una determinada manera de continuar la regla. De acuerdo con mi interpretación de estas observaciones, la respuesta de Wittgenstein es que el patrón de corrección del seguimiento de reglas lingüísticas consiste en una cierta práctica interpretable de uso de símbolos (Wittgenstein 1953, §§ 202, 206-7). Desgraciadamente el ámbito de este trabajo no me permite elaborar el tema con más cuidado. A este respecto, ver Pinto 1998, capítulo 3 y Hopkins (1999).

única que explicara la corrección del análisis tendríamos que descartar la propuesta de los conceptos abiertos. No obstante, como esperamos mostrar en esta sección los contenidos conceptuales no-cambiables no son los únicos que dan cuenta de la corrección del análisis y, además, no ofrecen la *mejor* explicación de la corrección y de la fertilidad del análisis.

Ahora bien, alguien podría decir: bien, la concepción de los conceptos abiertos es plausible pero ¿porqué adoptarla si hay una alternativa igualmente plausible —la propuesta de la aprehensión parcial de los conceptos? Digamos que esta última se reduce a cierto tipo de realismo sobre los contenidos conceptuales, mientras que la primera aboga por un constructivismo sobre los conceptos. ¿Que tipo de argumento se podría utilizar para decidir entre estas dos posturas una vez que ambas pueden ofrecer una solución para la paradoja del análisis? Como ya he mencionado al final de la sección 5, este argumento tendría que tomar la forma de una inferencia a la mejor explicación. En este caso, estamos buscando la mejor explicación de la corrección y fertilidad del análisis que evite la paradoja. Ya vimos que ambas disuelven la paradoja. Entonces, ¿en qué sentido la concepción de los conceptos abiertos ofrecería una mejor explicación para estas dos características del análisis?

De nuevo la sugerencia ya fue dada a finales de la sección 5; la idea es que la concepción de la aprehensión parcial se compromete con una noción de contenido conceptual más problemática que la presupuesta por la concepción de los conceptos abiertos. La primera concepción presupone la existencia de contenidos que se constituyen de manera misteriosamente independiente de nosotros; llamemos estos contenidos de no-cambiables. A través de procedimientos como el del análisis conceptual mejoramos constantemente nuestra aprehensión de estos contenidos no-cambiables hasta llegar eventualmente a captarlos completamente. En contrapartida, los contenidos presentes en la concepción de los conceptos abiertos son cambiables en el sentido de que diversas de nuestras actividades lingüísticas y no lingüísticas —la matemática, la ciencia, los varios usos del lenguaje, etc.— los están modificando constantemente.

Seguramente la cuestión de la constitución de los contenidos conceptuales es bastante más compleja que lo que podría sugerir este rápido examen de las propuestas de los conceptos abiertos y de la aprehensión parcial de los conceptos. El propio Wittgenstein trató muy detalladamente esta cuestión en las ya mencionadas observaciones sobre el seguimiento de reglas lingüísticas. A mi modo de ver, una interpretación extremadamente fructífera de dichas observaciones afirma que él rechaza la llamada concepción agustiniano-cartesiana de la constitución de los conceptos³¹ —según la cual los contenidos conceptuales se constituyen de manera completamente independiente de la acción humana y en particular del aprendizaje del lenguaje— en favor de la idea de que el seguimiento de reglas lingüísticas es básicamente una práctica interpretable potencialmente comunitaria³². Esto significa

³¹ Tal concepción está implícita tanto en el racionalismo como en el empirismo modernos y inclusive en el mismo autor del *Tractatus*.

pretable potencialmente comunitaria³². Esto significa que los cambios en la práctica van a implicar cambios en los contenidos conceptuales.

Si aceptamos que los análisis conceptuales también son herramientas del cambio en las prácticas³³, entonces tenemos los inicios de una explicación por lo menos parcial de como se constituyen los contenidos conceptuales. Esta parte de la explicación se refiere al elemento creativo de la constitución del contenido —el que corresponde a la modificación del contenido ya existente por la comunidad lingüística. Pero hay que explicar también el elemento no-creativo de la constitución del contenido —el que corresponde a la transmisión del contenido ya existente de un miembro a otro por medio del aprendizaje. Esta parte de la explicación de la constitución del contenido es la que Wittgenstein discute en las observaciones sobre el seguimiento de reglas³⁴. El problema con el teórico de la aprehensión parcial de los conceptos es que él no dispone de ninguna explicación de la constitución del contenido conceptual.

Así, si estamos dispuestos a admitir el cambio conceptual tanto en el lenguaje ordinario como en la ciencia creo que estamos obligados a adoptar la concepción de los conceptos abiertos como la que mejor explica tal cambio; su alternativa —la concepción de los contenidos no-cambiables— es incompatible con la posibilidad de una tal explicación. Además, si uno se interesa por la cuestión de como se han constituido los conceptos que manejamos, con esta última concepción no podemos ni siquiera intentar una respuesta. Un verdadero escándalo para un filósofo. ¿Qué más sería necesario para convencerse de que la concepción de los conceptos abiertos es la más adecuada?

8. Conclusión

El presente trabajo pretendió avanzar una propuesta para la solución de la paradoja del análisis conceptual: la propuesta de los conceptos abiertos. Como preparación para mostrar su plausibilidad se discutieron varias propuestas que no logran disolver la paradoja, empezando por la idea fregeana de distinguir dos tipos de contenido de expresiones lingüísticas: su sentido y su referencia (sección 3). A continuación, se examinó la elaboración de Beaney sobre la distinción sentido-referencia —la distinción entre contenido cognitivo y contenido lógico (sección 4)— para mostrar que ella es incapaz de justificar la corrección del análisis sin apelar a la noción de estipulación. Se consideraron también dos sugerencias de Michael Dummett para eliminar la paradoja: la dis-

³² El primer a sugerir una interpretación en esta dirección fue Saul Kripke en su extraordinario *Wittgenstein on Rules and Private Language* (Kripke (1982)).

³³ Sobre esto, ver la discusión en la nota 20.

³⁴ Desafortunadamente, dentro de los límites de este trabajo no puedo hacer más que sugerir que la propuesta wittgensteiniana de constitución de los contenidos conceptuales, de acuerdo con la interpretación mencionada, no se compromete con la noción platónica de contenido lingüístico. Para mayores detalles, ver Kripke (1982), Hopkins (1999) y Pinto (1998, capítulos 1, 2 y 3). Sin embargo, si es correcto atribuir la propuesta de los conceptos abiertos a Wittgenstein y si ella permite disolver la paradoja del análisis sin comprometerse con contenidos platónicos, esto me parece aportar un argumento en su favor y además en favor de la tesis más general de que la propuesta wittgensteiniana sobre la constitución del contenido lingüístico no requiere la noción platónica de contenido.

tinción entre sentido de una oración y sus diversas particiones (sección 5) y la idea la comprensión parcial del sentido (sección 6). La primera nos parece que torna más difícil la reconciliación entre la corrección y la informatividad del análisis. Con relación a la segunda y en comparación con la propuesta de los conceptos abiertos, apelamos a una inferencia a la mejor explicación (sección 7) para justificar nuestra convicción de que los conceptos abiertos ofrecen una mejor manera de eliminar la paradoja del análisis³⁵.

REFERENCIAS

- Beaney, M. (1996). *Frege: Making Sense*. London: Duckworth.
- Carnap, R. (1947). *Meaning and Necessity*. Chicago: University of Chicago Press.
- Clark, P., and B. Hale (1994). *Reading Putnam*. Oxford: Blackwell.
- Dummett, M. (1959). "Wittgenstein's Philosophy of Mathematics", en M. Dummett (1978).
- (1973). "The Justification of Deduction", en M. Dummett (1978).
- (1978). *Truth and Other Enigmas*. London: Duckworth.
- (1987). "Frege and the Paradox of Analysis", en M. Dummett (1991a).
- (1991a). *Frege and Other Philosophers*. Oxford: Oxford University Press.
- (1991b). *The Logical Basis of Metaphysics*. Cambridge: Harvard University Press.
- (1994). "Wittgenstein on Necessity: Some Reflections", en P. Clark and B. Hale (1994).
- Frege, G. (1879). "Begriffsschrift, a formula language modelled upon that of arithmetic, for pure thought", en J. van Heijenoort (1967).
- (1884). *Die Grundlagen der Arithmetik*. Breslau: Kōbner.
- (1892). "On Sense and Meaning", en B. McGuinness (1984).
- (1979). *Posthumous Writings*. Oxford: Basil Blackwell.
- Hopkins, J. (1999). "Wittgenstein, Davidson and Radical Interpretation", en F. Hahn (1999), *The Library of Living Philosophers: Donald Davidson*. Chicago: University of Chicago Press.
- Kripke, S. (1982). *Wittgenstein on Rules and Private Language*. Cambridge: Harvard University Press.
- McGuinness, B. (1984). *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy*. Oxford: Basil Blackwell.
- Peacocke, C. (1992). *A Study of Concepts*. Cambridge: The MIT Press.
- Pinto, S. (1998). *Wittgenstein, Meaning and Mathematics*. Tesis doctoral. Londres: Universidad de Londres.
- Tarski, A. (1933). "The Concept of Truth in Formalized Languages", en Tarski (1956).
- (1956). *Logic, Semantics, Meta-mathematics*. Oxford: Oxford University Press.
- van Heijenoort, J. (1967). *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge: Harvard University Press.
- Williamson, T. (1996). *Vagueness*. New York: Routledge.
- Wittgenstein, L. (1922). *Tractatus Logico-Philosophicus*. London: Routledge.
- (1953). *Philosophical Investigations*. Oxford: Blackwell.
- (1978). *Remarks on the Foundations of Mathematics*. 3rd edition, Oxford: Basil Blackwell.

³⁵ Me gustaría agradecer los invaluable comentarios y sugerencias de los dos dictaminadores anónimos de *THEORIA* a dos versiones anteriores de este manuscrito.

Sílvio PINTO es profesor titular del departamento de filosofía de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa desde el 2002. Ha trabajado también en la Universidad Autónoma del Estado de Morelos como profesor titular y en el Instituto de Investigaciones Filosóficas (UNAM) como investigador pos-doctoral. Obtuvo su doctorado en 1998 por la Universidad de Londres. Sus intereses de investigación giran en torno a la filosofía del lenguaje, de la mente y de las matemáticas.

DIRECCIÓN: Departamento de Filosofía. Universidad Autónoma Metropolitana. Avda. San Rafael Atlixco 186, Coñ. Vicentina, 09340 Iztapalapa México D.F. E-mail: pint@xanum.uam.mx