

# LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD (EINSTEIN 1905 Y 1917) EN LA GÉNESIS Y DESARROLLO DE LA TEORÍA ONDA- CORPÚSCULO DE LOUIS DE BROGLIE

FRANCISCO ARAGÓN DE LA CRUZ  
CSIC, Madrid

Los trabajos de Einstein [1905a, 1917] establecieron el concepto de corpúsculo de luz (el término *fonón* fue posterior, debido a G. N. Lewis en 1926) como entidad física independiente con un impulso  $p=h\nu/c=mc$ . Esto hizo reflexionar a Louis de Broglie sobre la idea de corpúsculo de luz, como un átomo de luz con una masa muy pequeña, pero finita, y velocidad ligeramente inferior a la constante  $c$  (velocidad de la luz en el vacío), con objeto que su masa no fuera infinita, siguiendo la teoría de la relatividad [EINSTEIN, 1905a], y que estos átomos de luz tuvieran la posibilidad de formar moléculas a semejanza de un gas. La forma de dar realidad a esta idea era llegar con ella hasta las dos fórmulas emblemáticas de la teoría de la radiación del cuerpo negro: la de Wien y la de Planck. El punto débil de ambas era la utilización de la teoría electromagnética de Maxwell para su obtención.

En 1922, Louis de Broglie publica en el *Journal de Physique* [BROGLIE, 1922a] “un cierto número de resultados ya conocidos de la teoría de la radiación en el cuerpo negro”, pero que ahora él los expone “por razonamientos que utilizan la termodinámica, la teoría cinética y la de los cuantos, pero sin intervenir el electromagnetismo”. Su única hipótesis propia era que la luz estaba formada por átomos que pueden formar moléculas de 2 o más átomos. La conexión con la óptica está en la existencia de una frecuencia cuántica que determina su masa según el trabajo de mecánica relativista [EINSTEIN, 1905b] donde Einstein llega a su famosa fórmula  $E=mc^2$ , y esta energía está ligada a la óptica por la fórmula de Planck  $E = h\nu$ . En estos momentos Louis de Broglie está utilizando la teoría cuántico corpuscular einsteiniana de la luz que, cuando su aparición en 1905, no fue aceptada por los físicos de renombre por ir en contra de las ondas electromagnéticas de Maxwell.

En los razonamientos de su trabajo utiliza la dinámica relativista junto a la hipótesis de los cuantos de luz. Considera la radiación del cuerpo negro en equilibrio, a una temperatura absoluta  $T$ , como un gas formado por átomos de luz de energía luminosa  $E=h\nu$ . Si solo utiliza el concepto de átomos, no el de moléculas, llega a la fórmula de Wien, pero la expresión que alcanza de Broglie,  $4\pi h/c^3$ , difiere en el factor 2 de la ley obtenida por Wien:  $8\pi h/c^3$ . Esta diferencia no se debe a un error, sino que probablemente, como León de Brillouin hace observar, es a causa de no haber introducido en la teoría anterior la noción de polarización de la luz, pues cada átomo de luz está unido a un estado de polarización interna, de circulación izquier-

da o derecha, representado por un vector axial que tiene la dirección de la velocidad de propagación de la luz.

El siguiente paso que dio de Broglie fue llegar por el mismo procedimiento, es decir, prescindiendo de la teoría electromagnética, a la ley de Planck. En el mismo año del artículo anterior, en los *Comptes Rendus des Sciences* [BROGLIE, 1922b], establece que los átomos de luz pueden en ciertos casos aglomerarse en moléculas de 2, 3, ...,  $n$  átomos de luz, y así obtiene la fórmula de Planck, que decide expresar de la forma siguiente:

$$E = \sum_1^{\infty} nh\nu = \int (8\pi h^3 / c^3) \nu^3 e^{-nh\nu/KT} V d\nu = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n \dots$$

El primer término  $E_1$  corresponde a la energía repartida en un cuanto de luz, el segundo  $E_2$  a la repartida en dos cuantos de luz ( $2h\nu$ , molécula de dos átomos de luz) y así sucesivamente.

Con esta expresión física, la ecuación de Max Planck, sobre la radiación encerrada en la cavidad de un volumen  $V$  del cuerpo negro, puede interpretarse como un gas formado por átomos y moléculas de luz. Este interés por las propiedades de la luz como partículas, motivó sus investigaciones hacia el aspecto ondulatorio de los electrones, considerados como partículas desde su descubrimiento en 1897. Estas ideas cristalizaron en tres artículos cortos publicados los días 10, 14 de septiembre, y 8 de octubre de 1923 en los *Comptes Rendus de la Academia de Ciencias de París* [BROGLIE, 1923a, 1923b, 1923c] y en una nota muy corta, suministrada a la revista inglesa *Nature* el 12 de septiembre [BROGLIE, 1923d], resumen de los dos primeros artículos.

Estas tres notas de los *Comptes Rendus*, que contienen lo esencial de su teoría, aparecen resumidas en un artículo del *Phil. Mag.* [BROGLIE, 1924], dirigido al público de habla inglesa, publicado gracias a la amistad que su hermano mantenía con el Cavendish Laboratory de Camdridge. En este artículo aparece por primera vez su famosa relación  $\lambda = h/m_0\nu$ , pero camuflada en forma vectorial en una nota añadida a la prueba de imprenta, al final del artículo. Este mismo año, 1924, las siete u ocho páginas de sus notas en los *C. R.* son desarrolladas en su tesis doctoral leída en noviembre en la Facultad de Ciencias de la Sorbona, [BROGLIE, 1925].

Solamente en el capítulo dedicado a *la mecánica estadística y los cuantos* aparece la fórmula  $\lambda = h/m_0\nu$  de forma explícita para ondas llamadas entonces por él *ondas no materiales u ondas ficticias*, al no transportar energía, y de este modo no contrariar la teoría de la relatividad restringida, al tener esta onda una velocidad mayor que la velocidad de luz en el vacío  $c$ , como más adelante se expone.

La idea original del aristócrata francés, Príncipe de Broglie, era que la naturaleza tiene una simetría fundamental que exige para la materia aquella propiedad que los físicos habían demostrado que poseía la radiación electromagnética, *el dualismo onda partícula*, o, dicho de otro modo, la partícula de materia, de modo especial los electrones, podrían poner de manifiesto una conducta ondulatoria; aunque, en el

tiempo de la teoría de Louis de Broglie, los electrones eran conocidos estrictamente como partículas desde su descubrimiento en 1897. Según de Broglie, la dualidad onda partícula, descubierta por Einstein en su teoría de los cuantos de luz, era absolutamente general y se extendía a todo el mundo físico, por lo que le parecía cierto la propagación de una onda asociada con el movimiento de una partícula de cualquier naturaleza, sea fotón, electrón, protón o cualquiera otra.

Aún más que Einstein, de Broglie se basaba en razonamientos de principios físicos muy generales, sin ninguna evidencia experimental, pero a diferencia de Einstein con su trabajo de los cuantos de luz (1905) sobre el efecto fotoeléctrico, de Broglie encontró para el suyo una recepción más tolerante (1922, 1923), al menos en las mentes de una minoría de físicos con influencia. Esto en parte fue debido a que el mismo Einstein, ya premio Nobel (1921), llegó a ser el expositor de las ideas de de Broglie. Su tesis doctoral fue enviada por Langevin, su maestro, a Einstein. Ambos se conocían personalmente al menos desde la primera conferencia Solvay, celebrada en el hotel Metropol de Bruselas en 1911. Einstein valoró la tesis, en carta dirigida a Langevin, con esta frase: *ha levantado una esquina del gran velo*.

Einstein tomó causa por la nueva teoría mecanocuántica que se iniciaba con las ideas del físico francés, que en seguida utilizó para su trabajo de mecánica estadística [EINSTEIN, 1925] donde aparece por primera vez, en la página 10, la ecuación  $\lambda = h/m_0v$ , citando a pie de página la tesis y su edición (Paris, Edit. Masson & Co., 1924). Luego la primera vez que esta fórmula es utilizada en un trabajo científico, lo es en uno del ya premio Nobel A. Einstein, y la situación era ya irreversible en cuanto a la aceptación de la fórmula, y de la teoría que llevaba consigo, en el mundo científico.

La aceptación de las ideas de de Broglie y de su tesis doctoral por el tribunal, se debió en gran parte a Einstein. Según comunicación hecha muchos años después por uno de los miembros del tribunal en un homenaje al ya famoso Louis de Broglie [MAUGUIN, 1952], ningún miembro del tribunal aceptaba la existencia de las ondas propuestas por el doctorando, ya que éste no aportaba ninguna base experimental, como podría ser una difracción de electrones incidentes en una lámina metálica o de otro material, a pesar que su desarrollo físico matemático era impecable, sin posibilidad de rechazo alguno.

El fundamento de la tesis se basa en dos generalizaciones:

Supera la paradoja que lleva implícita, al igualar la física relativista con la cuántica al aplicarla a una partícula material:  $m_0c^2 = h\nu_0$ , donde  $m_0$  es la masa en reposo de la partícula y  $\nu_0$  la frecuencia (en reposo) de un proceso de periodicidad interno, que es  $\nu_0 = m_0c^2/h$  de acuerdo con el propio reloj pendular de la partícula, pero para un observador fijo. La partícula (electrón) moviéndose con velocidad  $v = \beta c$  encuentra una frecuencia  $\nu_1 = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$  diferente, menor que  $\nu_0$  según el factor de la teoría de la relatividad (1905); luego

$$\nu_1 = m_0c^2 \sqrt{1 - \beta^2} / h$$

debido a la dilatación del tiempo que solo aparece en el reloj del observador fijo.

Pero, siguiendo la teoría de la relatividad de 1905, la masa en reposo  $m_0$  se incrementa con la velocidad  $v$  de la partícula hasta la masa  $m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$  en movimiento, luego  $h\nu = m_0 c^2 / \sqrt{1 - \beta^2}$  y la nueva frecuencia será

$$\nu = m_0 c^2 / h \sqrt{1 - \beta^2}.$$

O sea, aparece una frecuencia diferente a  $\nu_1$  para velocidades de la partícula lo suficientemente grandes para que el factor  $\beta$  sea lo suficientemente grande y aumente la masa inerte de la partícula. *Ahora, para el observador fijo, observa que el tiempo no se dilata sino que se acelera.*

Por tanto, el reloj del observador fijo, fuera de la partícula en movimiento, obtiene dos medidas del tiempo según mida la modificación que sufre la frecuencia inherente a la partícula en función de la modificación del tiempo (frecuencia) o de la modificación de la masa dentro de la teoría de la relatividad.

Louis de Broglie *resuelve el problema de una forma original y atrevida:*

No asigna a la frecuencia  $\nu$  una periodicidad interna de la partícula, *sino una onda que acompaña a la partícula a través del espacio y el tiempo*, de tal forma que está siempre en fase con la frecuencia interna, y de este modo nunca se anulan. Para que esto ocurra, matemáticamente se demuestra la relación  $V\nu = c^2$  entre la velocidad  $V$  de la onda externa a la partícula y la velocidad  $v$  de la partícula y además de la frecuencia de la periodicidad interna de la partícula; luego  $V$  es superior a  $v$  y a  $c$ , velocidad de la luz en el vacío. Esta onda externa cuya velocidad es  $V$  guía a la partícula (electrón) y produce los fenómenos de difracción. De acuerdo con el desarrollo doctrinal anterior, se pueden seleccionar tres relaciones físicas conocidas:

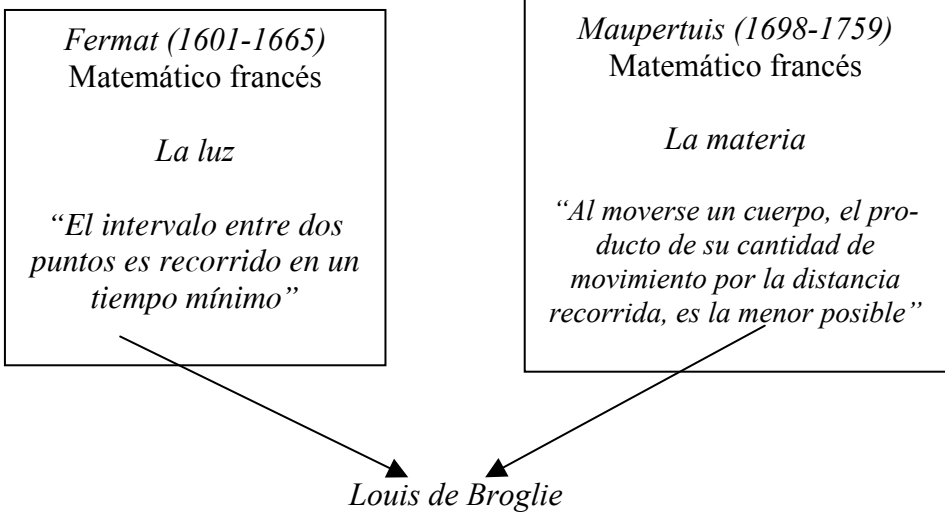
- La frecuencia de la onda externa  $\nu = m_0 c^2 / h \sqrt{1 - \beta^2}$
- La velocidad de la onda externa  $V = c^2 / v$
- La definición en óptica clásica  $\lambda \nu = V$

De ellas se despeja, recordando que  $m = m_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$ , la ecuación de Louis de Broglie  $\lambda = h/mv$ , donde se sustituye  $m_0$  por  $m$  si la velocidad de la partícula es tan alta que no influye el factor  $\sqrt{1 - \beta^2}$ .

También se llega a esta fórmula al unir el principio de Fermat (1601-1665) de la óptica geométrica con el principio de Maupertuis (1698-1759) de la mecánica clásica, ya hecho por William R. Hamilton, pero ahora con resultados nuevos al intro-

ducirse la mecánica relativista y la teoría cuántica. A través de ambos principios, se une mediante una ecuación matemática la óptica con la mecánica, surgiendo la ecuación de Broglie.

Esta es la forma que utiliza de Broglie en su tesis doctoral para la obtención de su fórmula:



Suponiendo que la partícula está en el punto  $A$  en el instante  $t_1$  y en el punto  $B$  en instante  $t_2$ , los principios de Fermat y de Maupertuis se reflejan, respectivamente, en las fórmulas

$$\partial \int h v dt = 0 \quad (\text{Fermat})$$

$$\partial \int p ds = 0 \quad (\text{Maupertuis})$$

donde la primera integral varía entre  $t_1$  y  $t_2$  y la segunda entre  $A$  y  $B$ . Igualando ambas integrales cambiando en la primera de la variable  $t$  a la variable  $s$  resulta

$$\int h/\lambda ds = \int mv ds$$

con ambas integrales entre  $A$  y  $B$ . De este modo se llega a la

*ecuación de de Broglie*     $\lambda = h / mv .$

**Breve Cronología de Louis de Broglie** [*Sources*, 1967]

1892	Nace en Dieppe, Francia.
1909-1913	Universidad de París. (licenciado en Ciencias Físicas).
1913-1919	Servicio militar, en este intervalo Primera Guerra Europea.
1920-1927	Universidad de París. En 1924 Dr. en Ciencias, tesis dirigida por P. Langevin.
1926-1927	Lector o Prof. Ayudante en la Universidad.
1928-1939	Pertenece al Instituto Henri Poincaré de París.
1928-1931	Chargé d'enseignement.
1931-1933	Maître de Conférences.
1933	Hasta su jubilación, Profesor en la Universidad de París.
1987	Muere a los 95 años de edad en París.

**Bibliografía**

BROGLIE, L. de (1922a) "Rayonnement noir et quanta de lumière", *J. Phys.* (VI) III, 422-428.

BROGLIE, L. de (1922b) "Sur les interférences et la théorie des quanta de lumière", *C. R. Acad. Sci. (Paris)* 175, 811-813, (en este artículo también aparece la ley de Wien).

BROGLIE, L. de (1923a) "Ondes et quanta", *C. R. Acad. Sci. (Paris)* 177, 507-510.

BROGLIE, L. de (1923b) "Quanta de lumière, diffraction et interférences", *C.R. Acad. Sci. (Paris)* 177, 548-550.

BROGLIE, L. de (1923c) "Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat", *C.R. Acad. Sci. (Paris)* 177, 630-632.

BROGLIE, L. de (1923d) "Waves and quanta", *Nature* 112, 540.

BROGLIE, L. de (1924) "A tentative theory of light quanta", *Phil. Mag.* XLVII, 446-458.

BROGLIE, L. de (1925) "Recherches sur la théorie des quanta", *Ann. de Physique* 3, 22-127. Tesis doctoral, Facultad de Ciencias, Universidad de París, leída el 25 de noviembre de 1924..

EINSTEIN, A. (1905a) "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt", *Ann. der Phys.* 17, 132-148.

EINSTEIN, A. (1905b) "Ist die trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?", *Annalen der Physik*, 17. Versión inglesa en *The principle of relativity* (Einstein, Lorentz, Weyl, Minkowski), Dover publications (1952), pgs. 67-71.

EINSTEIN, A. (1917) "Zur Quantentheorie der Strahlung", *Physik Zeitschr.* 18, 121-128.

EINSTEIN, A. (1925) "Quantentheorie des einatomigen idealen Gases", *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften* 23, 3-14.

MAUGUIN, Ch. (1952) “La thèse de doctorat de Louis de Broglie”. En *Louis de Broglie, Physicien et Penseur*, París, pgs. 431-436.

*Sources for History of Quantum Physics, an Inventory and Report* (1967) (libro guía).