

## **UN *BEST-SELLER* DEL SIGLO XIX: LOS *ELEMENTOS DE GEOMETRÍA* DE LEGENDRE**

**ANA GARCÍA AZCÁRATE**

### **Introducción**

De los seis grandes matemáticos que vivieron en la época revolucionaria de finales del siglo XVIII, el personaje de Adrien Marie Legendre resulta interesante al investigador que se interesa por la influencia de los grandes manuales didácticos sobre la enseñanza de las matemáticas.

Adrien Marie Legendre, sin llegar a la altura de un Euler o un Lagrange que él consideraba sus maestros, supo aportar resultados valiosos en muchos campos, y hacer que su nombre aparezca en muchas partes de las matemáticas. Los estudiantes de matemáticas o de física conocen los polinomios que llevan su nombre o las funciones elípticas que tabuló. Sin embargo, las biografías, sobre todo anglosajonas, no destacan estas u otras aportaciones científicas importantes del matemático, sino que presentan a Legendre como el autor de un simple libro de texto de geometría elemental: *Les Éléments de Géométrie*. En este trabajo, hemos intentado averiguar el porqué de semejante afirmación.

### **Los tratados didácticos durante la revolución francesa**

Las publicaciones científicas y concretamente los trabajos publicados sobre matemáticas se resintieron de forma lógica durante el primer periodo revolucionario, con un casi parón durante los años más turbulentos (1793-1795) y un posterior renacimiento a partir de 1796. Sin embargo, los científicos y en particular los matemáticos, mostraron su apoyo a una de las consignas de la Revolución, la de difundir el saber, entre grandes capas de la población escribiendo tratados didácticos que tengan la virtud, además de divulgar la ciencia pasada, de incorporar los conocimientos más recientes. Esta característica, que no tienen los libros de texto actuales, es la que hace que estos manuales sean el mejor reflejo del estado de la ciencia matemática de la época, cumpliendo así, junto a otras pocas publicaciones, el papel que hoy en día desempeñan las numerosas revistas especializadas científicas.

Entre estos tratados, se cuenta por ejemplo con *L'Exposition du système du monde* de Laplace, que aparece en 1796, donde el autor consigue presentar, con un lenguaje sencillo y en unas cientos de páginas, todo lo conocido en la época sobre los movimientos de los planetas. Otros ejemplos de manuales didácticos, en este caso con contenidos casi completamente originales son la *Théorie des fonctions analytiques* que Lagrange presenta en 1797, al que seguirá su *Calcul des fonctions* y su *Traité des équations numériques*, libros pensados para los alumnos de la enton-

ces recién creada "École Polytechnique". Pero el caso más significativo es sin duda el de Legendre con sus *Éléments de Géométrie* que apareció por primera vez en 1794 y posteriormente con sus *Éléments de la Théorie des nombres* que publicó en 1798.

### Los *Elementos* de Geometría

Un magnífico ejemplo de la labor de "divulgación" de las matemáticas realizada por de Legendre fue sus *Elementos de Géométrie*, destinado a los estudiantes de Bachillerato. El texto base del libro era una vuelta parcial a la demostración y al rigor que presentaban los Elementos de Euclides, pero con una cuidada presentación para facilitar la comprensión de las ideas clásicas de Euclides a los estudiantes de su época.

El núcleo de los *Éléments de Géométrie* conformaban un libro de texto, bastante "dogmático" en su presentación, con contenidos que hoy en día nos pueden parecer muy amplios pero que se corresponden con la cultura geométrica que recibía un estudiante de bachillerato hasta hace cuarenta años.

Pero además de este núcleo central, el libro tenía un segundo nivel de lectura. En la presentación de su manual, Legendre advierte:

*El lector que se quiere limitar, al menos en una primera lectura, a los simples Elementos, puede no tener en cuenta, sin ningún inconveniente, de las notas, apéndices y generalmente de todo lo impreso en letra pequeña.* [LEGENDRE, A. M: (1802) *Éléments de Géométrie*. Avertissement, p. 2]

Al final de cada capítulo, en notas, apéndices o en pies de página, Legendre intenta incorporar en cada edición los últimos adelantos sobre las diferentes cuestiones. De esta forma, sus sucesivas ediciones hasta la 12ª son todas diferentes, no por el tronco principal del texto que salvo en algunos matices, permanece sin cambios, sino por esas notas y añadidos. Leyendo las *Notas* de cada una de las ediciones, se tiene la visión que ofrecería hoy en día una buena revista especializada sobre el tema.

Es en particular en la *Note IV* donde Legendre reproduce la primera demostración de la irracionalidad del número  $\pi$  que Lambert publicó en 1761 en las Memorias de la Academia de Berlín. Legendre presenta la demostración diciendo claramente *Esta proposición ha sido demostrada por primera vez por Lambert*. [LEGENDRE, A. M: (1817) *Éléments de Géométrie*. Note IV, p. 294]. A continuación, Legendre generaliza el razonamiento de Lambert para demostrar, y se trata de un resultado completamente inédito, que  $\pi^2$  es también irracional.

Pero sin duda, la *Note II* es la que ha dado lugar a la mayor polémica. Al plantearse facilitar la comprensión de las ideas clásicas de Euclides a los estudiantes

de su época, Legendre se enfrentó, desde la primera edición en 1794, al problema histórico del Postulado de las Paralelas. Con afán didáctico y al mismo tiempo investigador, buscó durante más de cuarenta años, una demostración del quinto postulado, que por una parte fuese rigurosa desde el punto de vista matemático, y por otra, fuese comprensible a sus estudiantes lectores.

Sus varios intentos aparecieron en las doce ediciones de su libro desde 1794 hasta 1823, por un lado en el mismo texto y sobre todo en su *Note II*. Cada nueva edición de los *Elementos* implicaba para Legendre un nuevo intento (o varios) de demostración del Postulado de las Paralelas.

## NOTE II.

### *Sur la démonstration de la proposition XIX, liv. I, et de quelques autres propositions fondamentales de la géométrie.*

**La démonstration que nous donnons dans le texte de la proposition XIX, est peut-être la plus simple et la plus directe qu'on puisse trouver dans le genre purement élémentaire; nous espérons qu'elle sera accueillie par les amateurs de l'exactitude géométrique et qu'elle fera enfin dis-**

En esos intentos, pudo establecer rigurosamente algunos teoremas, que llevan su nombre. Sus numerosas demostraciones del quinto postulado, son todas erróneas porque el matemático recurre sin darse cuenta a un resultado que no pertenece a la geometría absoluta y que por lo tanto es equivalente al quinto postulado. Legendre cometía fallos inteligentes que dieron lugar a innumerables discusiones, manteniendo sin duda al interés sobre la cuestión y preparando el terreno para el nacimiento de la geometría no euclídea

Pero una prueba fehaciente de que A.M. Legendre intentaba ofrecer a sus lectores interesados en ese segundo nivel de lectura, en esa letra pequeña, *lo último* sobre el tema, es un pie de página que aparece en la 4ª edición. Legendre está estudiando en su capítulo IV el problema de: *Inscribir en una circunferencia dada, un decágono regular, un pentágono y un pentadecágono*

En ese pie de página, el autor [LEGENDRE, A. M: (1802) *Eléments de Géométrie*, p. 112] puntualiza<sup>1</sup>:

---

(1) Jusqu'à présent on a cru que ces polygones étoient les seuls qui pussent être inscrits par les procédés de la géométrie élémentaire, ou ce qui revient au même, par la résolution des équations du premier et du second degré. Mais un Géomètre de Brunswick, nommé Ch. Fred. Gruss, vient de prouver, dans un ouvrage intitulé *Disquisitiones Arithmeticae*, Lipsiae 1801, qu'on peut inscrire par de semblables moyens le polygone régulier de dix-sept côtés, et en général celui de  $2^n + 1$  côtés, pourvu que  $2^n + 1$  soit un nombre premier.

Aparte del error de imprenta, (aparece Gruss en lugar de Gauss) sobre el nombre, del entonces completamente desconocido Gauss, asombra que Legendre incorpore a su tratado de geometría un resultado tan novedoso. Recordemos en efecto que las *Disquisitiones Arithmeticae* aparecen en 1801 y que la 4ª edición de los Elementos tiene como fecha de publicación el año 1802. Esta nota al pie de página fue en la edición siguiente modificada y corregida.

### Un best-seller en Francia

El eje de la formación matemática en Francia, es durante todo el siglo XIX, la Escuela Politécnica, centro único de formación para los profesores de matemáticas hasta la segunda creación de la Escuela normal. Esto explica la importancia de las clases preparatorias al concurso de ingreso en la Escuela, las clases de *Matemáticas Preparatorias*, de *Matemáticas Elementales* y al año siguiente las de *Matemáticas Especiales*. El libro de los *Eléments de Géométrie* de Legendre, es el libro de texto para la geometría euclídea de las dos primeras y esta situación perdurará hasta los primeros años del siglo XX. Tradicionalmente, desde el siglo XIX la geometría ha jugado un papel fundamental en la enseñanza de las matemáticas en Francia, y con ella, el modelo euclidean de demostración y ese papel sólo será puesto en cuestión con la aparición de la corriente de la *Matemática Moderna* en los años sesenta del siglo pasado. Esta situación explica las numerosas ediciones y reimpressiones de los *Eléments de Géométrie* en Francia y países francófonos<sup>2</sup>. Para estudiarlas, es necesario distinguir claramente entre las ediciones del texto original de

<sup>1</sup> "Pero un geómetra de Brunswick, llamado Ch. Fred. Gruss acaba de probar en una obra titulada *Disquisitiones Arithmeticae*, Lipsiae 1801, que se puede inscribir por procedimientos semejantes, el polígono regular de diecisiete lados y en general el de  $2^n + 1$  lados con tal de que  $2^n + 1$  sea primo"

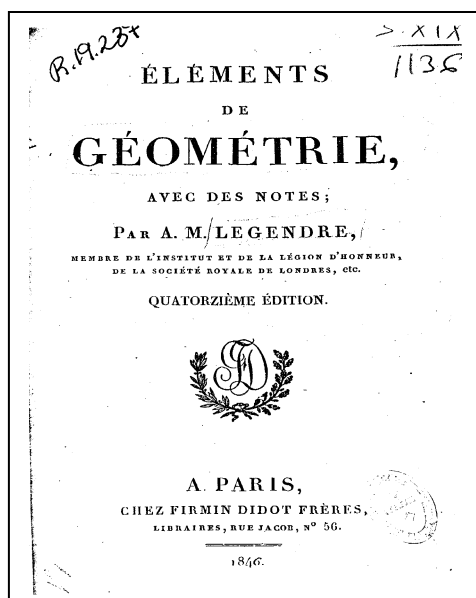
<sup>2</sup> Se han localizado por ejemplo, aparte de las ediciones parisinas, varias ediciones diferentes en Bélgica, concretamente en dos editoriales de Bruxelles y una de Namur.

Legendre que se producen en vida del autor o poco después de su muerte y las adaptaciones posteriores a Legendre.

### Las sucesivas ediciones del propio Legendre

El libro inicialmente de 280 páginas, pasó a partir de la 2ª edición a 431 páginas, al incorporar el autor una segunda parte de Trigonometría, campo donde Legendre había también hecho aportaciones propias importantes. A partir del texto de 1794, ampliado con el *Traité de trigonometrie* Legendre publicará 12 ediciones diferentes de los *Elements*.

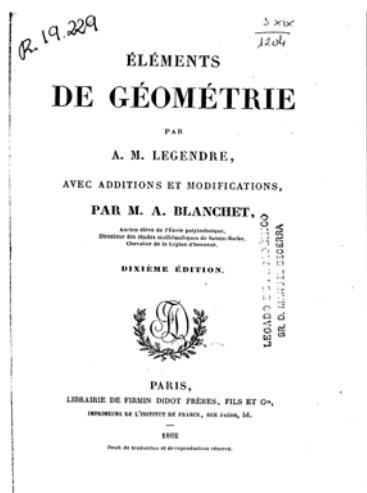
Se conocen en realidad quince ediciones, (la 15ª edición aparece en 1862, es decir 29 años después de la muerte del autor) pero hemos comprobado que a partir de la edición duodécima de 1823, el editor se ha limitado a cambiar el título del *Avertissement*, permaneciendo el texto sin cambios. Aquí se ve una de las dificultades de una investigación sobre las diferentes apariciones de un texto: la confusión entre "edición" y "reimpresión". Hemos podido tener entre las manos, por ejemplo, dos copias de la antes citada duodécima edición, la primera con fecha 1823, y la segunda, evidentemente una reimpresión de esta edición, publicada en 1837. En el caso por ejemplo de la llamada 14ª edición se



han localizado numerosas reimpresiones de 1839, 1845, 1846, 1847, 1855 y 1859. En las diversas universidades y bibliotecas actuales se conservan numerosos ejemplares de estas sucesivas ediciones del propio Legendre<sup>3</sup>. Es difícil cuantificar el número de ejemplares de los *Eléments de Géométrie* de estas 12 (o 15) ediciones. Sin embargo se tiene algunos datos que permiten pensar que ya entonces, la publicación de esta obra fue un buen negocio editorial. Un negocio que, a partir de 1824, fecha en la que el gobierno monárquico restaurado le retiró su pensión, permitió a

<sup>3</sup> No se han encontrado ejemplares de la primera edición de 1794 con 334 páginas. En las bibliotecas del CSIC, en la Biblioteca Nacional y en la de la Real Academia de Ciencias se pueden consultar bastantes de las ediciones sucesivas. Es de resaltar que la obra está a disposición de cualquier lector en el servicio de Biblioteca en red de la Bibliothèque Nationale de France (11ª edición: Paris 1817). En estas mismas bibliotecas se encuentran ejemplares de los *Eléments de Géométrie avec additions et modifications de Marie Alphonse Blanchet*.

Legendre y a su esposa mantener una vida digna y seguir ayudando, pagando su pensión, a los alumnos más desfavorecidos de la Escuela Politécnica.



### Las ediciones de los *Elementos* posteriores a Legendre

A pesar de que a su muerte en 1833, los *Elementos de geometría* siguieron reeditándose con el formato de la 12ª edición, a partir de 1845, la librería Firmin-Didot que solía publicar los manuales de Legendre, empezó a editar una versión aligerada de los *Elementos*. El profesor Marie Alphonse Blanchet se encargó de las modificaciones. En la presentación de esa nueva edición, este escribe:

*Ninguna modificación seria ha sido hecha....el volumen ha sido disminuido por la supresión del antiguo texto de Legendre, lo que ha permitido al editor el disminuir el precio de la*

*obra...* [LEGENDRE, A. M: (1862) *Eléments de Géométrie avec additions et modifications par M.A. Blanchet*, Avertissement].

El manual pasó de sus 431 páginas a unas 280 páginas. Evidentemente lo primero que se sacrificó fue ese *segundo nivel de lectura*; desaparecieron las notas, los añadidos. El libro pasó a ser un libro de texto clásico de geometría euclídea sin la riqueza y la viveza que le daba las *Notas*, perdiendo su carácter divulgador y de puesta al día.

Los *Eléments de Géométrie de Legendre (avec additions et modifications de Marie Alphonse Blanchet)* tuvieron muchas reediciones hasta prácticamente el inicio del siglo XX. Fue utilizado profusamente en los liceos y universidades franceses y fuera de Francia. Rastreando por las universidades de todo el mundo<sup>3</sup>, se encuentran numerosos ejemplares de esta versión aligerada, todavía disponibles a los investigadores.

### Un best-seller en Los Estados Unidos

Muy pronto, el manual de Legendre fue conocido y utilizado en Estados Unidos. La primera traducción des *Eléments de Géométrie* fue realizada en 1819 John Farrar<sup>4</sup>, considerado uno de los mejores profesores de matemáticas en los

<sup>4</sup> Se han localizado las siguientes ediciones: "*Elements of geometry*" Translated from the french for the use of the students of the University at Cambridge, New England, by John

Estados Unidos de su época, que tradujo al inglés varios manuales matemáticos franceses para el uso de los estudiantes americanos. Sin embargo, no es esta traducción la que se convertirá en el *best-seller* del siglo XIX.

El intelectual escocés, filósofo historiador y profesor de Matemáticas, Thomas Carlyle tradujo en 1822 *Les Eléments de Géométrie et Trigonométrie* para su editor David Brewster añadiendo incluso un capítulo propio sobre proporciones. Sin embargo, su nombre sólo apareció en las primeras ediciones<sup>5</sup>. Rápidamente el nombre del editor paso a sustituir al de T. Carlyle.

De todas formas, el que se llevó todos los méritos y beneficios económicos cuantiosos de las numerosas ediciones y reimpresiones del libro de Legendre, no fue claro el propio autor, ni siquiera su traductor, T. Carlyle, ni el editor David Brewster, sino un curioso personaje Charles Davies que algunos investigadores han calificado como el primer "Matemático, hombre de negocios"<sup>6</sup>.

En los primeros años del siglo XIX, la Academia Militar de los Estados Unidos (USMA) en West Point era el único centro del país donde se podía recibir una educación científica técnica. Muy pronto el modelo pedagógico, exámenes competitivos de entrada y salida y el curriculum fueron hechos a semejanza con los de la Escuela Politécnica, utilizando textos matemáticos de Lacroix, Laplace, Monge y Legendre, primero en sus ediciones originales y posteriormente con traducciones.

Charles Davies (1798-1876), primero cadete en la Academia de West Point, donde tuvo que aprender francés para utilizar los libros de los grandes matemáticos franceses, y posteriormente profesor de Matemáticas en la misma, tuvo una influencia considerable en la educación matemática de los Estados Unidos.

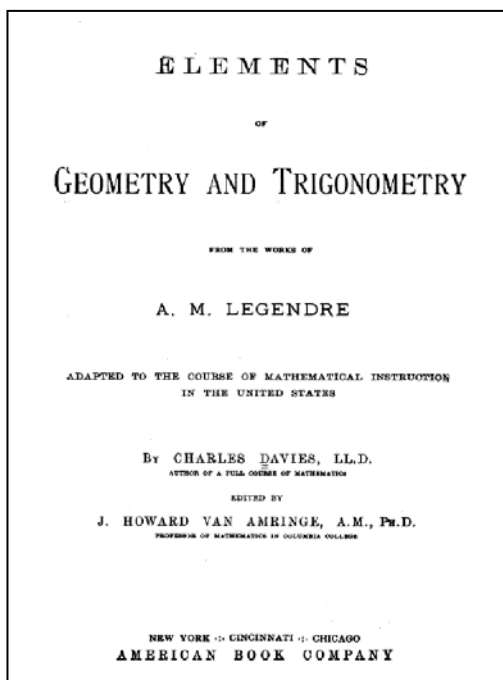
Farrar. Cambridge, N.E. , Hilliard and Metcalf 1819 (con 208 páginas). 2ª edición: Cambridge, N.E. , Hilliard and Metcalf 1825 (con 224 páginas) New edition, improved and enlarged. Boston: Hilliard, Gray and Company, 1833, c1830. (con 235 páginas).

<sup>5</sup> Estos ejemplares sólo se han localizado en la Universidad de Edimburgo. *Elements of geometry and trigonometry; with notes*. Translated from the French of A. M. Legendre by T. Carlyle. Edited by David Brewster. With notes and additions, and an introductory chapter on proportion by the translator. Edinburgh (1824), Oliver & Boyd.

<sup>6</sup> Este es el título del trabajo que presentó A. K. Ackermann-Hastings: "Charles Davies, Mathematical Businessman": (Contributed paper at the Conference on the History of Undergraduate Mathematics in America).

Más que por su labor como profesor, es recordado como el más exitoso y prolífico autor de libros de textos matemáticos. Sus libros, 49 títulos diferentes que cubrían desde las matemáticas elementales hasta un nivel de los "College" fueron utilizados a lo largo del siglo XIX en todo el país. Se ha dicho para explicar su gran éxito editorial que "supo estar en la Institución correcta, en el momento correcto".

En efecto, el hecho de haber estudiado y dado clase en la prestigiosa Academia Militar de West Point, de donde salieron muchos profesores de matemáticas de la siguiente generación, fue determinante para la adopción de sus libros como libros de texto en las nuevas curricula de todas las "High School" de prestigio.



Sus libros, empezaron en muchos casos como simples traducciones adaptadas de obras francesas. Este es el caso del *Álgebra* de M. Bourdon, de los *Elementos de Geometría Descriptiva* de Monge y de los *Elementos de Geometría y trigonometría* de Legendre. *Elements of geometry and trigonometry*<sup>7</sup>, aparecido en 1828 era su libro de texto más popular. Pero Charles Davies era además un *hombre de negocios*. Fundó en 1838 con Alfred S. Barnes una casa editorial en Hartford, Connecticut, con el único fin de publicar sus ya numerosos libros de texto.

El acuerdo era que Barnes se encargaba de todo el negocio de las publicaciones mientras Davies creaba y revisaba el material. El negocio fue viento en popa y sólo dos años después A. S. Barnes & Company, como se llamó la editorial, se trasladó a Philadelphia y posteriormente a Nueva York donde se convirtió en una de

<sup>7</sup> A lo largo de las sucesivas ediciones, fue desapareciendo, primero el nombre del traductor David Brewster (recordemos para ser justos que Brewster sólo era el editor y que el verdadero traductor del libro era Thomas Carlyle) y posteriormente C. Davies apareció como adaptador, revisor. De hecho, hoy en día en los Estados Unidos se habla del conocido *Davies's Legendre Geometry*. La mayoría de las grandes universidades americanas conservan ejemplares del libro.



las casas editoriales más prospera de la ciudad. Hacia 1875, A.S. Barnes & Co. había vendido alrededor de 7 000 000 de libros.

Los datos que se han podido recoger sobre el Davies's Legendre Geometry son impresionantes. En el periodo 1828-1895 se hicieron de él 33 ediciones o reimpressiones y se vendieron unos 300 000 ejemplares siendo sin duda un auténtico best-seller del siglo XIX. A la muerte de Davies, el libro se siguió editando y vendiendo. El primer presidente y fundador de la American Mathematical Society, Howard Van Amringe, compañero de cátedra de Davies en el Columbia College<sup>8</sup> se encargó de revisar el texto<sup>9</sup>.

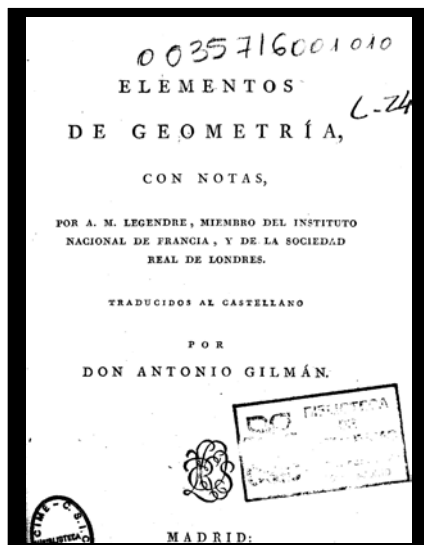
### En España

En el siglo XVIII en España, la formación científico técnica se desarrolla también lejos de las anticuadas universidades, en las diversas Academias y Sociedades Económicas que fueron surgiendo.

En lo que se refiere a los libros de textos matemáticos, la obra que dominó la enseñanza en esa época en España fue sin duda *Los Elementos de Matemáticas* de Benito Bails. Para su trabajo, Bails copió de buenos textos, y reconoció con honestidad su labor de simple divulgador de las ideas ajenas. En particular, para la parte que nos interesa, la de la Geometría, Bails utilizó las más importantes ediciones comentadas de los *Elementos* de Euclides.

En 1806, otro gran profesor de Matemáticas, José Mariano Vallejo, publicó sus *Adiciones a la Geometría de D. Benito Bails*<sup>10</sup>, en un intento de poner al día esa parte de las Matemáticas, pero, según asegura en el prólogo el entonces director de la Academia de San Fernando, Vallejo no conoce, al redactar su pequeña obra, los *Eléments de Géométrie* de Legendre, que iban ya por su 5ª edición en Francia.

Sin embargo, a pesar de la existencia del manual enciclopédico de Bails y las adiciones a la geometría de Vallejo, la pri-



<sup>8</sup> Antecesor de la Columbia University.

<sup>9</sup> De hecho, el ejemplar disponible en la red, de la Cornell University corresponde a esta edición.

<sup>10</sup> Estas adiciones publicadas por la Academia de San Fernando se pueden encontrar en la Biblioteca del Escorial y están referenciadas en [ J. A. SÁNCHEZ PÉREZ, 1929 p. 312 ].

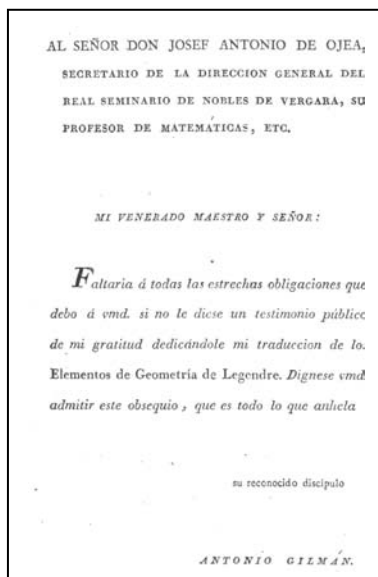
mera edición del libro de Legendre, en castellano, tiene lugar el año siguiente, en 1807.

La traducción es de Antonio Gillemán. Esta hecha, según nuestro cotejo, a partir de la 4ª edición de Legendre (1802) e incorpora la Nota al pie (corregida) referida al resultado de Gauss del año 1801. En esta edición no aparece la segunda parte de Trigonometría añadida rápidamente por Legendre a partir de la 2ª Edición. La dedicatoria del libro, nos aclara a quién va dirigido<sup>11</sup>:

Posteriormente, D. Antonio Gillemán<sup>12</sup> publicó por separado, pero en la misma editorial, el *Tratado de Trigonometría rectilínea y esférica* segunda parte de la obra de Legendre.

Gillemán mantuvo su traducción "al día", procurando seguir los cambios realizados en las ediciones francesas. Muy pronto incorporó también la Trigonometría al manual, aunque el *Tratado de Trigonometría* tuvo mucha aceptación y se siguió publicando por separado.

En 1827, se publica la traducción de la duodécima y última edición de Legendre<sup>13</sup> ( de 1823) con la siguiente presentación que permite entender el importante papel que jugó la obra también en España.



*Estos elementos de Geometría se reputan por uno de los mejores que se han publicado, y siendo los que se estudian en las mas de las cátedras de Europa, se ha creído que convenia darlos a conocer en castellano, conforme a la última edición del autor.* [LEGENDRE A. M., 1927, Advertencia a la edición en castellano]

<sup>11</sup> Recordemos que en el año 1804 el gobierno se había hecho cargo del "Real Seminario Patriótico Bascongado" cambiando su nombre por el de "Real Seminario de Nobles" y que todavía en esa época la institución seguía manteniendo un alto nivel de estudios.

<sup>12</sup> En algunos casos, se escribe A. Gilman.

<sup>13</sup> Se trata de una edición curiosa, de la traducción en castellano de A. Gillemán que se publicó en París (1827) por la "Librería Francesa y extranjera de Seguin".

## Conclusiones

Dejamos fuera de nuestro rastreo, las ediciones de los *Elementos de Geometría* en Hispanoamérica. Todos los estudios dedicados a la Historia de la Matemática en el siglo XIX, en Colombia, en Uruguay, en Brasil<sup>14</sup> destacan el papel desarrollado por los textos de los grandes matemáticos franceses del siglo XVIII y siguiente y en particular la influencia del libro de Legendre sobre la enseñanza de la Geometría clásica.

Cuando uno se encuentra con traducciones del libro, en el siglo XIX, al alemán<sup>15</sup>, al árabe o al turco, es difícil no recordar el *best-seller* de todos los tiempos, del que se ha hecho más de 1000 ediciones desde 1482 a 1900: Legendre ha sido en el siglo XIX el digno sucesor del geómetra griego.

## Bibliografía

- DHOMBRES N. et J (1989) *Naissance d'un nouveau pouvoir: sciences et savants en France 1793-1824*. Paris, Éditions Payot.
- GARCÍA AZCÁRATE A.(2002) *Legendre: La honestidad de un científico*. Madrid, Nivola.
- LEGENDRE A.M, *Eléments de Géométrie, avec des notes*. (1802) 4ª edición, (1817) undécima edición,.(1823) duodécima edición Paris, Firmin Didot
- LEGENDRE A.M, (1849): *Tratado de Trigonometría rectilínea y esférica*. Madrid, Imprenta de Repullés.
- SÁNCHEZ PÉREZ J. A. (1929) *Las Matemáticas en la biblioteca del Escorial*. Madrid, Imprenta de Estanislao Maestre.
- LOPEZ PIÑERO J. M. et Al (1983) *Diccionario histórico de la ciencia moderna en España*. Barcelona, Península.

<sup>14</sup> A. M. Legendre: *Elementos de Geometría*. Traducidos de la décima edición de París por Luis María Lleras. Imprenta de Gaitán. Bogotá, 1866.

A.M. Legendre: *Elementos de Geometría*. Imprensa Nacional, Río de Janeiro, 1811.

<sup>15</sup> A. M. Legendre: *Die Elemente der Geometrie und der ebenen und sphärischen trigonometrie*. Berlín: bei August Nücker, 1822 y 1832. Aparece con una introducción de A. L. Crelle.